

Jarosław WIKAREK
Politechnika Świętokrzyska

MODEL MATEMATYCZNY WSPOMAGANIA I OPTYMALIZACJI DECYZJI W PROCESIE PRODUKCJI ŁOŻYSK TOCZNYCH

Streszczenie. Współczesne zasoby produkcyjne, które wykorzystują nowoczesne technologie należy traktować w sposób wielowymiarowy, tzn. nie tylko jako środki wytwarzania, ale również oprogramowanie, obsługę, kompetencje pracowników itd. Drugim elementem charakterystycznym dla współczesnych systemów produkcyjnych jest możliwość zastosowania podejścia proaktywnego do procesów planowania, harmonogramowania czy rozdziału zasobów, co umożliwia podejmowanie trafnych decyzji w sytuacjach nietypowych czy szybko się zmieniających. W artykule zaproponowano model matematyczny wspomagania i optymalizacji decyzji w zakresie planowania, harmonogramowania i rozdziału obciążeń dyskretnego procesu produkcyjnego. Zaproponowany model umożliwia znalezienie odpowiedzi na pytania typu: *Czy da się zrealizować dany zbiór zamówień? Jak najtaniej/najkrócej zrealizować dany zbiór zamówień? Czy da się zrealizować dany zbiór zamówień przy niedostępności wybranych zasobów?* Dokonano implementacji zaproponowanego modelu w środowisku programowania matematycznego i zastosowano go do rzeczywistego procesu produkcji łożysk tocznych.

MATHEMATICAL MODEL FOR SUPPORTING AND OPTIMIZING DECISIONS IN THE PRODUCTION OF ROLLING BEARINGS

Summary. Modern production resources that use modern technologies should be treated in a multidimensional way, i.e. not only as means of production but also as software, service, employee competences, etc. The second element characteristic of modern production systems is the possibility of applying a proactive approach to processes. planning, scheduling and resource allocation, which enables making accurate decisions in unusual or rapidly changing situations. The article proposes a mathematical model to support and optimize decisions in the field of planning, scheduling and load distribution of a discrete production process. The proposed model makes it possible to find answers to questions such as: *Is it possible to complete a given set of orders? What is the cheapest/shortest way to complete a given set of orders? Is it possible to complete a given set of orders if selected resources are unavailable?* The proposed model was implemented in a mathematical programming environment and applied to the actual production process of rolling bearings

1. Wprowadzenie

Współczesne systemy wytwarzania charakteryzują się wykorzystaniem nowoczesnych technologii z obszaru mechatroniki, automatyki, elektroniki oraz informatyki. W takim środowisku pojawiają się liczne sprzężenia zwrotne pomiędzy automatyzacją i robotyzacją procesów produkcji, przetwarzaniem i wymianą danych oraz nowoczesnymi metodami i technikami wytwarzania. Jeśli dodatkowo wykorzystuje się nowoczesne techniki informatyczne typu: przetwarzanie w chmurze, Internet rzeczy, metody sztucznej inteligencji, systemy cyberfizyczne to możemy mówić o środowisku wytwarzania zgodnym z założeniami przemysłu 4.0 [1]. Systemy takie wymagają modyfikacji modeli i metod wykorzystywanych do sterowania produkcją, planowania i harmonogramowania czy rozdziału obciążeń [2,6,9]. Wynika to m.in. z faktu, że zasoby występujące we współczesnych systemach produkcyjnych cechuje wielowymiarowość tzn. zdolność wytwarzania określonych elementów, oprogramowanie, kompetencje pracownicze, itd. [12]. Dodatkowo dostęp do dużych zbiorów danych bieżących i historycznych oraz nowoczesnych metod informatycznych umożliwia stosowanie podejść proaktywnych. W artykule zaproponowano model matematyczny wspomaganie i optymalizacji decyzji dla wybranego procesu produkcji dyskretniej – procesu produkcji łożysk tocznych. Przedstawiony model uwzględnia wielowymiarowość zasobów produkcyjnych oraz proaktywność decyzji. Implementacja modelu umożliwia znalezienie odpowiedzi na wiele pytań decyzyjnych procesu produkcyjnego m.in.: *Czy dany zbiór zleceń można zrealizować w terminie przy dostępnych zasobach? Jak najszybciej/najtaniej zrealizować zbiór zleceń przy dostępnych zasobach? Czy dany zbiór zleceń można zrealizować w terminie przy braku/niedostępności wybranych zasobów?*

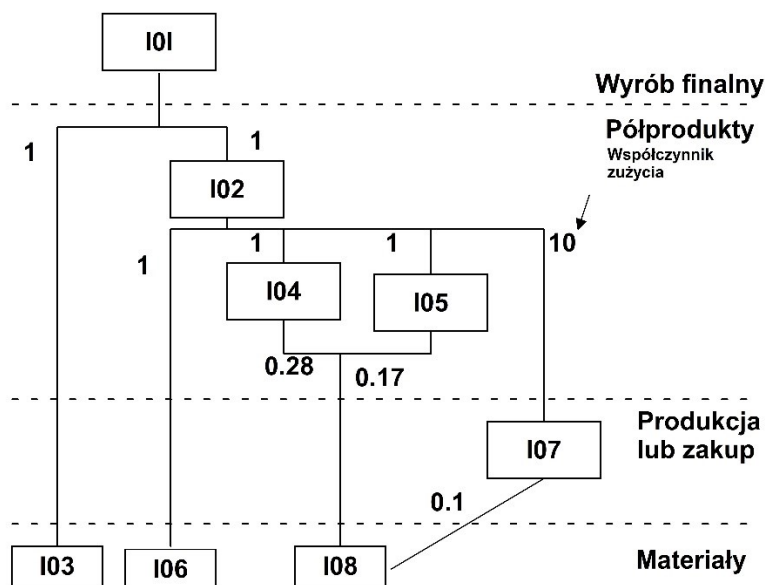
Struktura modelu tzn. zaproponowany zbiór zmiennych decyzyjnych i ograniczeń posiadana pewną unikalną cechą. Struktura ta bowiem gwarantuje, że dla dowolnej instancji danych zawsze będzie znalezione rozwiązanie. Nie pojawi się sytuacja typu NSF-No solution found. Ta cecha powoduje, że można rozszerzyć zbiór pytań decyzyjnych np. o pytania typu: *Jakich zasobów i ile brakuje, aby zrealizować zbiór zleceń w terminie? Jakich dodatkowych zasobów brakuje, aby zrealizować zbiór zleceń w terminie?* Takie pytania stawiane są przez zarządzających procesem produkcji w wypadku negatywnej odpowiedzi na poprzedni zbiór pytań.

2. Proces produkcji łożysk tocznych

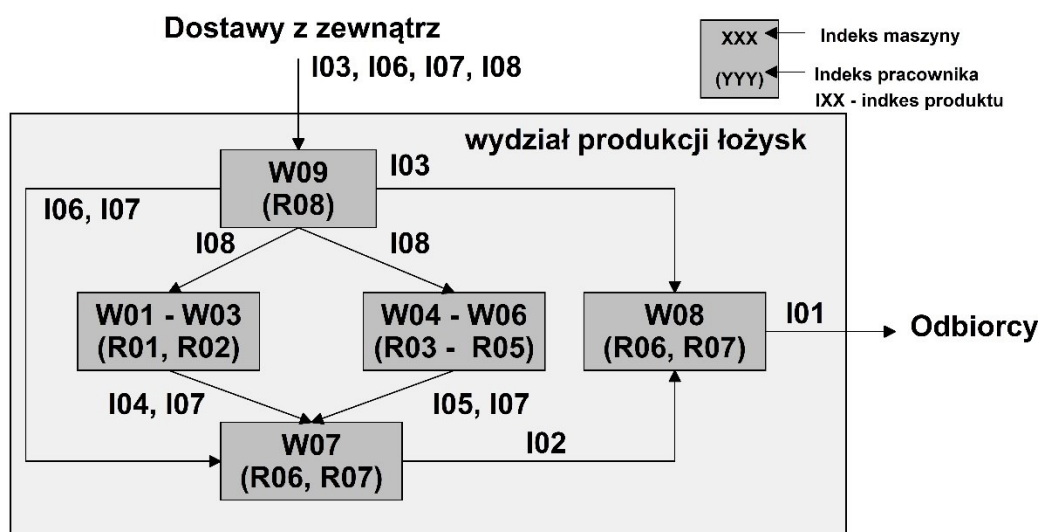
W rzeczywistej fabryce łożysk tocznych przeprowadzono audyt procesu produkcji łożysk. Podczas audytu zgromadzono niezbędne dane dotyczące: technologii tzn. struktur wyrobów (m.in. łożyska kulkowego), poszczególnych etapów procesu produkcyjnego, a w szczególności wykorzystywanych stanowisk, wykonywanych operacji technologicznych, pracowników uczestniczących w procesie produkcyjnym, itd. Przeprowadzono również analizy dotyczące zamówień klientów. Strukturę wyrobu dla łożyska kulkowego przedstawiono na rysunku 1, a odpowiadający jej indeks materiałowy w tabeli A1. Przebieg procesu produkcji łożyska kulkowego schematycznie przedstawiono na rysunku 2. Dane liczbowe obejmujące zasoby wykorzystywane w procesie produkcyjnym (maszyny, pracownicy) oraz przydziały pracowników/produktów do maszyn w procesie produkcyjnym przedstawiono odpowiednio w tabelach A2, A3, A4 i A5.

Przeprowadzenie kolejnych analiz procesu produkcyjnego oraz rozmowy z osobami odpowiedzialnymi za nadzór nad procesem produkcji umożliwiło sformułowanie kilku kluczowych pytań, na które należy odpowiedzieć w trakcie realizacji procesu produkcji. Najważniejsze z nich według rozmówców są następujące:

- Q1 – Czy da się zrealizować dany zbiór zleceń (w założonym terminie)?
- Q2 – Jak zrealizować zbiór zleceń (wg. jakiego harmonogramu), aby koszt realizacji był minimalny?
- Q3 – Jak zrealizować zbiór zleceń (wg. jakiego harmonogramu), aby czas realizacji był minimalny?
- Q4 – Jak zrealizować zbiór zleceń (wg. jakiego harmonogramu), aby koszt realizacji był minimalny w przypadku braku zasobu (awaria maszyny, absencja pracownika)?



Rys. 1. Struktura wyrobu łożyska kulkowego



Rys. 2. Schemat procesu produkcji łożyska kulkowego

Znalezienie odpowiedzi na powyższe pytania umożliwia sterowanie procesem produkcyjnym w taki sposób, aby spełnić istniejące ograniczenia produkcji tzn. czasowe, kosztowe czy zasobowe przy jednoczesnym osiągnięciu kryterium jakościowego typu minimalizacja kosztów, czasu itp. Pytanie Q4 ma charakter typowo proaktywny. Pozostałe pytania mogą mieć charakter proaktywny lub reaktywny w zależności od momentu ich zadania w trakcie czy przed uruchomieniem procesu produkcji. Odpowiedzi na pytania proaktywne umożliwiają predykcję sytuacji nietypowych (awarie, absencje, itp.), które mogą potencjalnie wystąpić w procesie produkcji.

3. Model matematyczny

Pozyskane podczas audytu dane liczbowe, zidentyfikowane ograniczenia oraz uzgodniony zbiór pytań Q1..Q4 stanowiły podstawę do sformułowania modelu matematycznego wspomaganie i optymalizacji decyzji w zakresie planowania i harmonogramowania oraz rozdziału zasobów dla procesu produkcji łożysk w fabryce łożysk tocznych. Model został sformułowany w postaci zbioru ograniczeń (1)..(12) oraz zbioru kryteriów jakościowych (F1, F2, F3). Parametry modelu, indeksy oraz zmienne decyzyjne wraz z opisem przedstawiono w tabeli 1. Tak sformułowany model pozwala na znalezienie odpowiedzi na pytania Q1..Q4, choć na bazie tych lub lekko zmodyfikowanych ograniczeń i kryteriów jakościowych można znaleźć odpowiedzi również na inne pytania. Model przyjął formę CSP (*ang. Constraint Satisfaction Problem*) [5] dla pytania Q1 oraz MILP (*ang. Mixed Integer Linear Programming*) dla pozostałych pytań.

Tabela 1

Indeksy, parametry oraz zmienne decyzyjne modelu matematycznego

Symbol	Opis
Indeksy	
t	Numer okresu (T numer ostatniego okresu) $t \in I..T$
i, j	Indeks produktu (I zbiór wszystkich produktów, półproduktów, materiałów) $i, j \in I$
w	Indeks stanowiska (W zbiór wszystkich stanowisk) $w \in W$
p	Indeks dodatkowego zasobu/pracownika (P zbiór wszystkich pracowników) $p \in P$
u	Indeks proaktywnie przewidywanego stanu niedostępności stanowisk/pracownika (U zbiór wszystkich przewidywanych stanów niedostępności) $u \in U$
Parametry	
$ar_{u,p}$	Współczynnik $ar_{u,p}=1$ oznacza, że dodatkowy zasób/pracownik p jest dostępny w przewidywanym stanie u . Współczynnik $ar_{u,p}=0$ oznacza, że zasób/pracownik p nie będzie dostępny w przewidywanym stanie u .
$aw_{u,w}$	Współczynnik $aw_{u,w}=1$ oznacza, że stanowisko w jest dostępne w przewidywanym stanie u . Współczynnik $aw_{u,w}=0$ oznacza, że stanowisko w nie będzie dostępne w przewidywanym stanie u .
$do_{i,t}$	Wielkość zamówienia produktu i w okresie t
fp_i	Realizowalność zapotrzebowania produktu i . (Jeśli $fp_i=0$, oznacza, że każde zapotrzebowanie na produkt i musi być zrealizowane w całości np. produkt ten jest komponentem innego i nie zrealizowanie całego zapotrzebowania uniemożliwia wykonania produktu nadrzędnego. Jeśli $fp_i=1$ oznacza, że zapotrzebowanie na produkt nie musi być zrealizowane w całości).
$rs_{i,j}$	Współczynnik oznacza ile produktu j potrzeba do wykonania produktu i , $rs_{i,j}=0$ oznacza, że produkt j nie jest bezpośrednio potrzebny by wykonać produkt i

Tabela 1 cd

Indeksy, parametry oraz zmienne decyzyjne modelu matematycznego

Symbol	Opis
Parametry	
tm_i	Czas (w okresach planistycznych t) potrzebny na wyprodukowanie/dostarczenie produktu i
$pm_{w,i}$	Współczynnik $pm_{w,i}=1$ oznacza że produkt i może być wykonywany na stanowisku w . Dla każdego produktu i musi być określone przynajmniej jedno stanowisko w na którym może być wykonywany.
$rm_{w,p}$	Współczynnik $rm_{w,p}=1$ oznacza że zasób p może być użyty do uzbrojenia stanowiska w do wykonywania produktów, $rm_{w,p}=0$ oznacza że zasób p nie może być użyty do uzbrojenia stanowiska w do wykonywania produktów. Do poprawnej pracy każde stanowisko musi być uzbrojone przynajmniej w jeden zasób.
zp_i	Początkowy zapas produktu i
$tp_{w,i}$	Współczynnik $tp_{w,i}$ oznacza ile czasu (w obrębie jednego okresu planistycznego t) potrzeba na wykonanie produktu i na stanowisku w
$cw_{w,t}$	Zdolność produkcyjna stanowiska w w okresie planistycznym t
rt_w	W danym okresie planistycznym t na stanowisku w tylko rt_w różnych produktów może być wykonywanych
sm_i	Maksymalny dopuszczalny zapas produkt i w okresie planistycznym
pt_i	Liczba okresów planistycznych potrzebna na wykonanie produktu i (uwzględniająca czas potrzebny na wykonanie wszystkich jego komponentów)
$co_{w,i}$	Współczynnik $co_{w,i}$ określa koszt produkcji wyrobu i na stanowisku w
cr_p	Koszt wykorzystania dodatkowego zasobu p przez okres planistyczny
la	Bardzo duża stała
Zmienne decyzyjne	
$X_{u,i,w,p,t}$	Ile produktów i jest produkowanych na stanowisku w przy wykorzystaniu zasobu p w okresie planistycznym t w przewidywanym stanie niedostępności u (Zmienna typu całkowitoliczbowego).
$Y_{u,i,t}$	Wielkość produkcji produktu i w okresie t w przewidywanym stanie niedostępności u (Zmienna typu całkowitoliczbowego).
$V_{u,i,t}$	Zapasy produktu i na koniec okresu planistycznego t w przewidywanym stanie niedostępności u (Zmienna typu całkowitoliczbowego).
$W_{u,i,w,p,t}$	Jeśli w przewidywanym stanie niedostępności u produkt i jest produkowany na stanowisku w przy wykorzystaniu zasobu p w okresie planistycznym t , to $W_{u,i,w,p,t}=1$ w przeciwnym wypadku $W_{u,i,w,p,t}=0$ (Zmienna typu binarnego).
$B_{u,i,t}$	Jaka część zamówienia na produkt i nie może być zrealizowana w przewidywanym stanie niedostępności u w okresie t (Zmienna typu całkowitoliczbowego).
$Z_{u,w,p,t}$	Jeśli w przewidywanym stanie niedostępności u , zasób p w okresie t jest przydzielony do stanowiska w $Z_{u,w,p,t}=1$ w przeciwnym razie $Z_{u,w,p,t}=0$ (Zmienna typu binarnego)
$R_{u,t}$	Jeśli w przewidywanym stanie niedostępności u w okresie t jest zaplanowana jakakolwiek produkcja $R_{u,t}=1$ w przeciwnym wypadku $R_{u,t}=0$.

Znaczenie i rola ograniczeń (1)...(12) są następujące. Ograniczenie (1) określa wielkość zapotrzebowania na komponenty w zależności od zapotrzebowania na produkty finalne. Ograniczenie (2) to równanie bilansu potrzeb materiałowych. Ogranicze-

nie (3) gwarantuje, że obciążenie stanowiska nie może przekraczać jego zdolności produkcyjnych. Ograniczenia (4) i (5) odpowiednio wiążą zmienne $X_{u,i,w,p,t}$ i $W_{u,i,w,p,t}$ oraz zmienne $Z_{u,w,p,t}$ i $X_{u,i,w,p,t}$. Ograniczenie (6) gwarantuje, że w danym okresie planistycznym t na stanowisku w produkowana jest tylko dozwolona liczba typów produktów i . Ograniczenie (7) zapewnia, że w danym okresie planistycznym t dodatkowy zasób p (pracownik) może być przydzielony tylko do jednego stanowiska w . Zapasy produktów nie mogą przekraczać dozwolonych wartości/poziomów w każdym okresie planistycznym co gwarantuje ograniczenie (8). Zamówienie na produkt i można przyjąć do realizacji tylko w takich okresach planistycznych, dla których jest gwarancja, że cykl technologiczny pozwoli na jego realizację (9). Ograniczenie (10) wiąże zmienne $X_{u,i,w,p,t}$ i $R_{p,t}$. Ograniczenie (11) gwarantuje realizację produkcji tylko przy wykorzystaniu dostępnych stanowisk i zasobów dodatkowych. Binarność i całkowitoliczbowość zmiennych zapewnia ograniczenie (12).

$$Y_{u,j,t} = do_{j,t} - fp_j \cdot B_{u,j,t} + \sum_{p \in P} rs_{i,j} \cdot \left(\sum_{p \in P \wedge t+tm_i \leq T} X_{u,i,w,p,t+tm_i} \right) \quad \forall u \in U, j \in I, t \in [1..T] \quad (1)$$

$$V_{u,i,t-1} + \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} (pm_{w,i} \cdot rm_{w,p} \cdot X_{u,i,w,p,t}) = Y_{u,i,t} + V_{u,i,t} \quad \forall u \in U, i \in I, t \in [2..T] \quad (2)$$

$$zp_i + \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} (pm_{w,i} \cdot rm_{w,p} \cdot X_{u,i,w,p,t}) = Y_{u,i,t} + V_{u,i,t} \quad \forall u \in U, i \in I, t=1$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} (tp_{w,i} \cdot X_{u,i,w,p,t}) \leq cw_{w,t} \quad \forall u \in U, w \in W, t \in [1..T] \quad (3)$$

$$W_{u,i,w,p,t} \leq X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \quad (4)$$

$$la \cdot W_{u,i,w,p,t} \geq X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T]$$

$$Z_{u,w,p,t} \leq \sum_{i \in I} X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \quad (5)$$

$$la \cdot Z_{u,w,p,t} \geq \sum_{i \in I} X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, w \in W, p \in P, t \in [1..T]$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} W_{u,i,w,p,t} \leq rt_w \quad \forall u \in U, w \in W, t \in [1..T] \quad (6)$$

$$\sum_{w \in W} Z_{u,w,p,t} \leq 1 \quad \forall u \in U, p \in P, t \in [1..T] \quad (7)$$

$$V_{u,i,t} \leq sm_i \quad \forall u \in U, i \in I, t \in [1..T] \quad (8)$$

$$X_{u,i,w,p,t} = 0 \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \wedge t \leq pt_i \quad (9)$$

$$R_{u,t} \leq \sum_{i \in I} X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \quad (10)$$

$$la \cdot R_{u,t} \geq \sum_{i \in I} X_{u,i,w,p,t} \quad \forall u \in U, w \in W, p \in P, t \in [1..T]$$

$$X_{u,i,w,p,t} = 0 \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \wedge ar_{u,p} = 0 \quad (11)$$

$$X_{u,i,w,p,t} = 0 \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T] \wedge aw_{u,w} = 0$$

$$B_{u,i,t} \in C^+ \quad \forall u \in U, i \in I, t \in [1..T] \quad (12)$$

$$Y_{u,i,t} \in C^+ \quad \forall u \in U, i \in I, t \in [1..T]$$

$$X_{u,i,w,p,t} \in C^+ \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T]$$

$$W_{u,i,w,p,t} \in \{0,1\} \quad \forall u \in U, i \in I, w \in W, p \in P, t \in [1..T]$$

$$R_{u,t} \in \{0,1\} \quad \forall u \in U, t \in [1..T]$$

Dodatkowo wyznaczane są trzy kryteria zarządcze oceny rozwiązania (13): F1, F2 i F3. (F1 – koszt produkcji; F2 – koszt użycia zasobów dodatkowych; F3 – liczba okresów pracy):

$$F1 = \sum_{u \in U} \sum_{i \in I} \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} (co_{w,i} \cdot X_{u,i,w,p,t}) \quad (13)$$

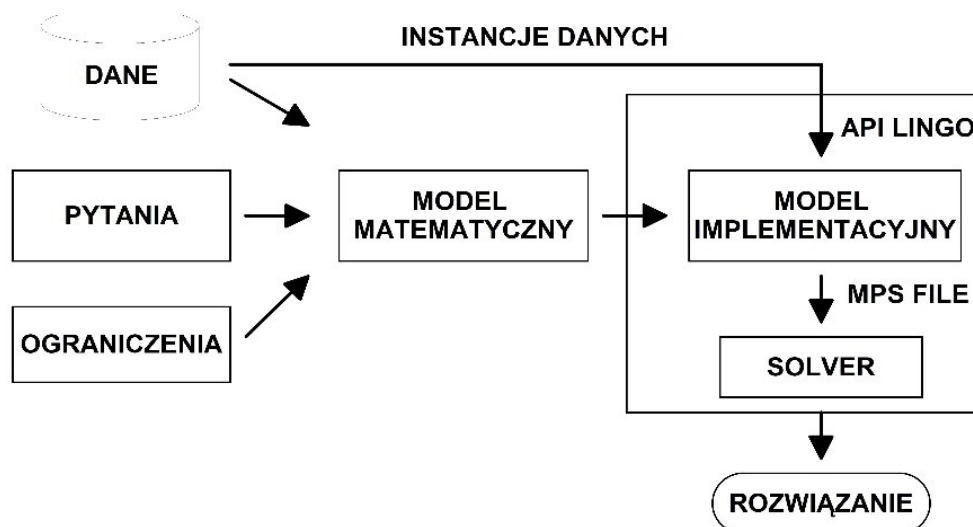
$$F2 = \sum_{u \in U} \sum_{m \in M} \sum_{r \in R} \sum_{t \in T} (cr_r \cdot Z_{u,w,p,t})$$

$$F3 = \sum_{u \in U} \sum_{t \in T} R_{u,t}$$

Funkcja celu w zależności od zadawanego pytania Q1..Q4 przyjmuje różną postać. Dla pytania Q1 (rozwiązanie dopuszczalne) obliczane są tylko wartości tych kryteriów. Dla pytań Q2 i Q4 funkcja celu to minimalizacja kosztów produkcji (suma dwóch kryteriów F1 i F2). Natomiast w przypadku pytania Q3 minimalizowane jest kryterium F3.

4. Implementacja i eksperymenty obliczeniowe

Do implementacji zaproponowanego modelu matematycznego (rozdział 2) wykorzystano pakiet programowania matematycznego LINGO [8]. LINGO to oprogramowanie wykorzystywane do modelowania i optymalizacji, które dostarcza język modelowania i narzędzia do rozwiązywania problemów programowania liniowego, nieliniowego i całkowitoliczbowego. Jest szeroko stosowany w badaniach operacyjnych, logistyce, produkcji, zarządzaniu łańcuchem dostaw, finansach i wielu innych dziedzinach, w których ważne jest modelowanie matematyczne i optymalizacja. Zaproponowany sposób implementacji w uproszczony sposób przedstawiono na rysunku 3. W implementacji wykorzystano LINGO API [3], natomiast model implementacyjny został wygenerowany w formacie MPS (*ang. Mathematical Programming System*) [4]. MPS to standardowy format pliku używany do przedstawiania problemów związanych z programowaniem liniowym, całkowitoliczbowym i mieszanym. Format MPS jest szeroko obsługiwany przez różne środowiska optymalizacyjne, umożliwiając użytkownikom opisywanie modeli matematycznych w ujednolicony sposób, który może być łatwo odczytany i przetworzony przez LINGO ale również inne środowiska takie jak GUROBI, CPLEX, itd.



Rys. 3. Sposób implementacji modelu matematycznego

Po dokonaniu implementacji przystąpiono do eksperymentów obliczeniowych. Do eksperymentów wykorzystano plan produkcji widoczny w tabeli 2. Podczas kolejnych eksperymentów szukano odpowiedzi na pytania Q1..Q4. W celu weryfikacji efektywności zaproponowanego modelu, postanowiono, że odpowiedź na pytanie Q1 zostanie uzyskana na dwa sposoby. Po pierwsze w sposób półautomatyczny z wykorzystaniem dostępnego na rynku systemu klasy MRP/MRP II (taki system posiada fabryka łożysk tocznych) [7,10]. Drugi sposób to uzyskanie odpowiedzi Q1 z wykorzystaniem zaproponowanego modelu. Pytanie Q1 jest pytaniem o najmniejszej złożoności obliczeniowej ponieważ dotyczy poszukiwania rozwiązania dopuszczalnego, które spełnia ograniczenia problemu. Drugi powód wykorzystania systemu klasy MRP/MRP II to kwestia porównania uzyskanych wyników w wymiarze ilościowym przy zastosowaniu zaproponowanego modelu wspomaganie decyzji (rozdział 2). W przypadku pytania Q1 (Model) uzyskano ok 30% obniżenie kosztów produkcji i 30% redukcję czasu realizacji zleceń w stosunku do odpowiedzi na pytanie Q1 (MRP). W kolejnych etapach eksperymentów poszukiwano odpowiedzi na pytania Q2..Q4. Uzyskane wyniki przedstawiono w formie tabelarycznej (tabela 3). Dodatkowo dla pytań Q1, Q2, Q3 uzyskane rozwiązania przedstawiono w postaci wykresów Gantt'a (rysunki 4, 5, 6). Na każdym rysunku, po lewej stronie wykres Gantt'a przedstawiał przydział zleceń do maszyn a po prawej przydział pracowników do zleceń. Każde zlecenie zaznaczono odrębnym kolorem. Analiza uzyskanych wyników doprowadziła do kilku wniosków. Po pierwsze uzyskane odpowiedzi na pytania Q2 i Q3 są lepsze pod każdym względem od odpowiedzi na pytanie Q1. W przypadku pytania Q2 uzyskano ok 40% obniżenie kosztów produkcji i 30% redukcję czasu realizacji zleceń w stosunku do odpowiedzi na pytanie Q1 (MRP). W przypadku pytania Q3 uzyskano ok 35% obniżenie kosztów produkcji i ponad 40% redukcję czasu realizacji zleceń w stosunku do Q1 (MRP).

Tabela 2

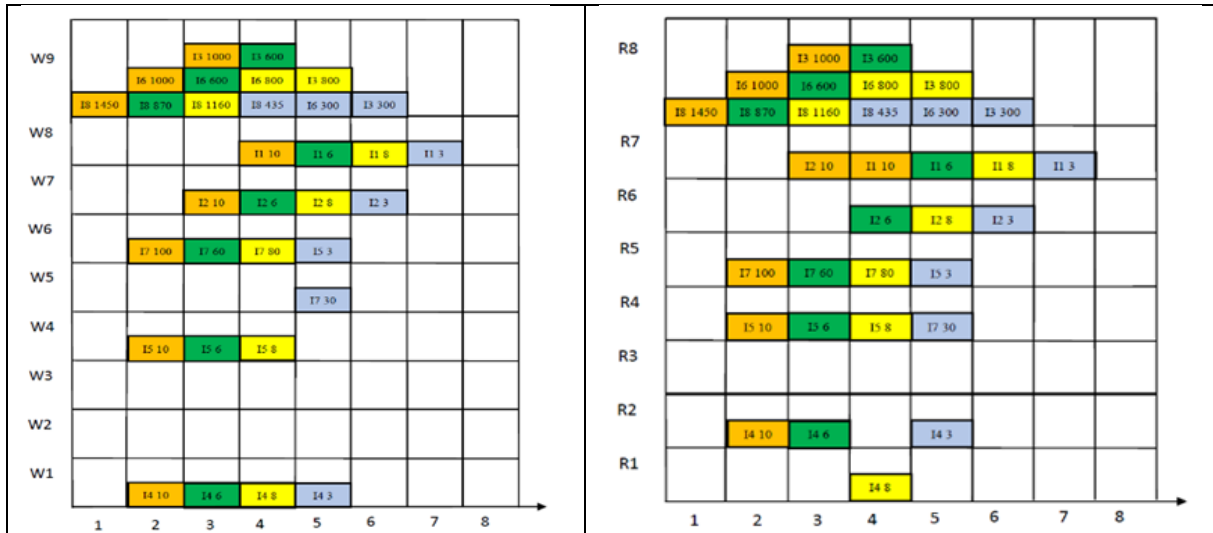
Plan produkcji

Zlecenie (Produkt)	Kolor	Okres	Wielkość zamówienia
O1(P01)		4	10
O2(P01)		5	6
O3(P01)		6	8
O4(P01)		7	3

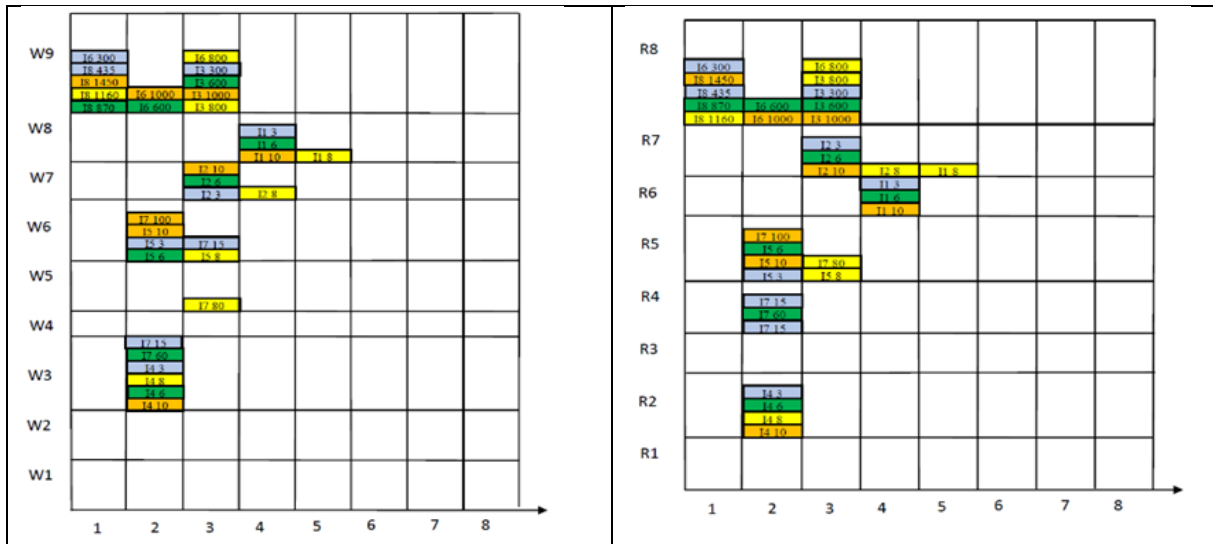
Tabela 3

Rezultaty eksperymentów obliczeniowych

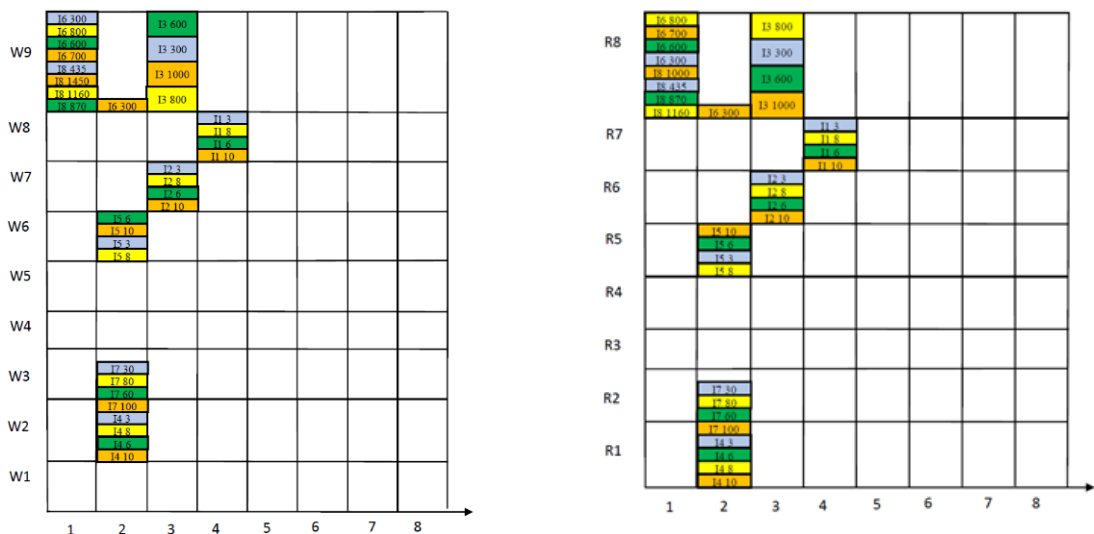
ExNo	Pytanie (metoda)	kryterium	F1	F2	F1+F2	F3
Ex1a	Q1(MRP)	Dopuszczalne	1443	860	2303	7
Ex1b	Q1(Model)	Dopuszczalne	1200	340	1540	5
Ex2	Q2 (Model)	Min (F1 + F2)	1056	320	1376	5
Ex3	Q3 (Model)	Min F3	1280	240	1520	4
Ex4	Q4 (Model) Brak R5 i W6	Min (F1 +F2)	1140	300	1440	5



Rys. 4. Wykresy Gantt'a ilustrujące wyniki zapytania Q1(MRP) – metoda MRP z systemu klasy ERP wykorzystywanego w fabryce



Rys. 5. Wykresy Gantt'a ilustrujące wyniki zapytania Q2 – Minimum (F1 + F2)



Rys. 6. Wykresy Gantt'a ilustrujące wyniki zapytania Q3 – Minimum F3

Odpowiedź na pytanie Q4 określa sposób realizacji zleceń, który minimalizuje koszty ich realizacji w przypadku niedostępności/awarii maszyny W6 i niedostępności/absencji pracownika R5. W tym wypadku uzyskujemy nieznacznie gorszy wynik ok 5% niż w przypadku pytania Q2.

4. Podsumowanie

Przeprowadzone eksperymenty Ex1..Ex4 pokazały duże możliwości zaproponowanego modelu matematycznego (rozdział 2) w zakresie wspomagania decyzji przy sterowaniu produkcją łożysk tocznych w audytowanej fabryce. Dla rzeczywistych danych uzyskano harmonogram realizacji zadań do 30% tańszy od klasycznego MRP i do 40% krótszy. Na bazie zaproponowanego modelu (ograniczeń oraz kryteriów jakościowych F1..F3) można sformułować kolejne pytania zarządcze. Co więcej zaproponowany model może być podstawą do wspomagania decyzji w innych procesach produkcyjnych, w których występują produkty charakteryzujące się strukturą wyrobu. Cenną cechą zaproponowanego modelu jest możliwość modelowania i uzyskiwania odpowiedzi na pytania proaktywne, które mają szczególne zastosowanie w sytuacjach nietypowych, niestandardowych występujących w procesie produkcyjnym. W zaproponowanej implementacji dotyczącej procesu produkcji łożysk tocznych ta proaktywność występowała przy niedostępności zasobów (maszyn, ludzi). W dalszych pracach planowane jest rozszerzenie zbioru pytań, które uwzględnią dodatkowe zasoby inne niż pracownicy, koszty magazynowania, transportu, pojawienie się w systemie dodatkowego zlecenia produkcyjnego. itd. Planowane jest również zastosowanie zmodyfikowanej wersji modelu do problemów logistycznych, UAV, łańcuchów dostaw, itd. [11].

LITERATURA

1. Azizi A., Vatankhah Barenji R.V.: *Industry 4.0*. Springer Singapore 2022. doi:<https://doi.org/10.1007/978-981-19-2012-7>
2. Blazewicz J., Ecker K.H, Pesch E., Schmidt G., Sterna M., Weglarz J.: *Handbook on Scheduling*. Springer Nature Switzerland AG 2019. doi:<https://doi.org/10.1007/978-3-319-99849-7>
3. Cunningham K., Schrage L.: *The LINGO Algebraic Modeling Language*. In: Kallrath, J. (eds) *Modeling Languages in Mathematical Optimization*. Applied Optimization, vol 88. Springer, 2004, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0215-5_9.
4. Gassmann H. I., Schweitzer E.: A comprehensive input format for stochastic linear programs. *Annals of Operations Research*, 2001, 104(1-4), p. 89-125.
5. Ghedira K.: *Constraint Satisfaction Problems: CSP Formalisms and Techniques*. Wiley-ISTE 2013.
6. Hvolby H.-H., Steger-Jensen K.: Technical and industrial issues of Advanced Planning and Scheduling (APS) systems. *Computers in Industry*, 2010, 61(9), 845-851. ISSN 0166-3615. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2010.07.009>.
7. Krenczyk D., Jagodzinski M.: ERP, APS and Simulation Systems Integration to Support Production Planning and Scheduling. In: Herrero Á., Sedano J., Baruque

- B., Quintián H., Corchado E. (eds) 10th International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 368. Springer, 2015, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-19719-7_39.
8. Lindo. (n.d.). Retrieved February 12, 2024, from <http://www.lindo.com/>
 9. Mauergauz Y.: Advanced planning and scheduling in manufacturing and supply chains. Springer, 2016.
 10. Schönsleben P.: The MRP II / ERP Concept: Business Processes and Methods. In: Handbook Integral Logistics Management. Springer, 2023, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-65625-9_5
 11. Sitek P., Wikarek J., Bocewicz G., Nielsen I.: A decision support model for handling customer orders in business chain. Neurocomputing, 2022, 482, p. 298-309. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2021.06.099>.
 12. Wikarek J., Sitek P.: Model of multidimensional resource configuration in production scheduling: proactive and reactive approach. IFAC-PapersOnLine, 2021, 54(1), 1065-1072. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.08.127>.

Dodatek A. Dane numeryczne wykorzystane podczas eksperymentów Ex1..Ex4

Tabela A1

Kartoteka zapasów

Produkt (i)	tm _i	sm _i	zp _i	fp _i	pt _i
I01	1	300	0	1	4
I02	1	300	0	0	3
I03	1	1500	0	0	1
I04	1	300	0	0	2
I05	1	300	0	0	2
I06	1	300	0	0	1
I07	1	1500	0	0	2
I08	1	1500	0	0	1

Tabela A2

Stanowiska

Stanowisko (w)	rt _w
W01	2
W02	2
W03	2
W04	2
W05	2
W06	2
W07	3
W08	2
W09	20

Tabela A3

Dodatkowe zasoby

Dodatkowy zasób (p)	cr _p
R01	60
R02	40
R03	80
R04	60
R05	40
R06	20
R07	20
R08	20

Tabela A4

Przydział produktów do stanowisk

Stanowisko	Produkt	c_{0,w,i}	Stanowisko	Produkt	c_{0,w,i}
W01	I04	4	W05	I07	2
W01	I07	1	W06	I05	7
W02	I04	6	W06	I07	3
W02	I07	2	W07	I02	5
W03	I04	8	W08	I01	3
W03	I07	3	W09	I03	0
W04	I05	4	W09	I06	0
W04	I07	1	W09	I07	0
W05	I05	6	W09	I08	0

Tabela A5

Przydział dodatkowych zasobów do stanowisk

Stanowisko	Datkowy zasób	Stanowisko	Dodatkowy zasób
W01	R01	W04	R03
W01	R02	W04	R04
W02	R01	W04	R05
W02	R02	W05	R03
W03	R01	W05	R04
W03	R02	W05	R05
W07	R06	W06	R03
W07	R07	W06	R04
W08	R06	W06	R05
W08	R07	W09	R08