

Grzegorz RADZKI<sup>1</sup>, Jarosław RUDY<sup>2</sup>, Grzegorz BOCEWICZ<sup>1</sup>,  
Czesław SMUTNICKI<sup>2</sup>, Zbigniew BANASZAK<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Politechnika Koszalińska

<sup>2</sup> Politechnika Wroclawska

## PLANOWANIE MARSZRUT POJAZDÓW Z ZESPOŁAMI SERWISOWYMI ZGODNIE Z TERMINAMI ZAMÓWIENÍ

**Streszczenie.** Artykuł wprowadza model referencyjny problemu marszrutyzacji pojazdów z oknami czasowymi i ograniczonymi zasobami (VRP-TR), w którym różne pojazdy obsługują trasy łączące klientów podczas dostarczania i odbierania zespołów serwisowych (ZS) w określonych oknach czasowych. Zakłada się, że ZS dostarczane do klientów przez dane pojazdy mogą zostać odebrane przez inne, aktualnie dostępne pojazdy – tzw. transport multimodalny. Planowanie marszrut obejmuje wybór podzbioru zamówień serwisowych oraz zasobów (tzn. ZS i rozwożących je pojazdów) wykorzystywanych przy ich realizacji w jednozmianowym horyzoncie czasowym. Przyjęte funkcje celu minimalizują kryteria kosztowe realizacji misji tj. czas zakończenia misji, czas przestojów pojazdów, czas oczekiwania ZS na odbiór po wykonaniu czynności serwisowych. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów wskazują na możliwość jego wykorzystania w skali przypadków spotykanych w praktyce.

## PLANNING MOBILE SERVICES DISTRIBUTION SUBJECT TO ORDERS DATE CONSTRAINTS

**Summary.** The article introduces a reference model for the vehicle routing problem with time windows and limited resources (VRP-TR), in which different vehicles serve routes connecting clients while delivering and picking up service teams (ST) within specified time windows. It is assumed that the ST delivered to clients by given vehicles can be picked up by other currently available vehicles - so-called multimodal transport. Route planning includes selecting a subset of service orders and resources (i.e., ST and the vehicles delivering them) used in their implementation within a single-shift time horizon. The adopted objective functions minimize the cost criteria of mission execution, such as mission completion time, vehicle downtime, and ST waiting time for pickup after performing service activities. The results of conducted experiments indicate the possibility of its use on a scale encountered in practice.

### 1. Wprowadzenie

Świadczenie usług serwisowych dla geograficznie rozproszonych klientów wymaga, aby jednostki je świadczące dysponowały stosownym zapleczem technicznym

(m.in. umożliwiającym transport zespołów serwisowych), wykwalifikowanym personelem, a także doświadczeniem zebrany w zakresie obsługi uprzednio zgłoszonych zleceń. Najczęściej rozważany, w tym kontekście, problem sprowadza się do odpowiedzi na pytanie: czy możliwości usługodawcy (tj. sprzęt i personel, którymi dysponuje) pozwalają spełnić zgłoszone oczekiwania klientów (tj. rodzaje zamówionych usług i terminy ich realizacji)? Jego istota sprowadza się do wyboru strategii umożliwiającej, w danym horyzoncie czasu, realizację największej ilości zleceń przy najniższych kosztach ponoszonych na jej realizację.

Oprócz zagadnień związanych z utrzymaniem wyżej wspomnianych urządzeń technicznych, problemy tego typu występują również w obszarach wymuszanych szybko rosnącymi potrzebami zapewnienia mobilnej opieki domowej (oczekiwanej przez pacjentów wymagających opieki pielęgniarstwa, rehabilitacyjnej itp.). Elementem łączącym obie klasy zagadnień wydaje się być problem szeroko rozumianego planowania dystrybucji usług. Niektóre z jego wątków m.in. akcentujące elementy logistyki dystrybucji podejmowane są w niniejszej pracy, w szczególności wątki związane z planowaniem marszrut zespołów serwisowych i rozważających je ambulansów technicznych.

Znane z literatury rozwiązania sprowadzają się do jednoczesnego wyznaczania planowanej marszrut serwisowej (wyznaczanej przez punkty przyjętych usług) i tras przemieszczającego się serwisanta (przemieszczającego się własnym środkiem, bądź też środkami komunikacji miejskiej). Pochodne rozwiązania sprowadzają się do organizacji zespołu serwisantów rozwożonych wg. wcześniej ustalonej kolejności do wcześniej zaplanowanych zleceniodawców, a także do rozwiązań obejmujących kilka zespołów obsługiwanych przez dostępną flotę pojazdów. Wspólną cechą tych rozwiązań jest założenie przyjmujące zasadę, wg. której serwisant dostarczony danym pojazdem do zleceniodawcy musi być odebrany przez ten sam pojazd (jest to tzw. transport jednomodalny).

W przeciwieństwie do tego podejścia w rozważanym dalej przypadku odstąpiono od obowiązku odbierania zespołu serwisowego przez pojazd, który wcześniej go dostarczył (jest to tzw. transport multimodalny). W tym kontekście do podstawowych wyników badań należy zaliczyć opracowanie modelu referencyjnego multimodalnego procesu dystrybucji usług, umożliwiającego opracowanie metody planowania usług serwisowych w grupie geograficznie rozproszonych klientów. Deklaratywna reprezentacja przyjętego modelu gwarantuje jego otwartość na rozszerzenia uwzględniające specyfikę różnych problemów, tj. pozwalające na różne rodzaje ograniczeń (w tym logiczne i nieliniowe) oraz zmienne (w tym rozmyte), a także na formułowanie problemów w standardzie Constraint Satisfaction Problem/Constraint Optimisation Problem (CSP/COP) [6] oraz ich implementację w środowiskach programowania z ograniczeniami, tj. ILOG, ECLiPSe czy Gurobi. Przedstawione możliwości czynią go szczególnie atrakcyjnym w kontekście implementacji zorientowanych na komputerowe wspomaganie decyzji.

Dalsza część artykułu jest zorganizowana w następujący sposób. W sekcji 2 omówiono wybrane kierunki badań z zakresu planowania dystrybucji usług oraz zidentyfikowano najważniejsze luki badawcze w tym obszarze. Sekcja 3, opierając się na studium przypadku, przedstawia model referencyjny systemu dystrybucji usług serwisowych oraz formułuje problem ich planowania. W sekcji 4 zaprezentowano

przykłady ilustrujące możliwości wykorzystania proponowanego podejścia w komputerowo wspomaganym planowaniu dystrybucji usług. Sekcja 5 podsumowuje uzyskane wyniki i wskazuje główne kierunki przyszłych badań.

## 2. Przegląd literatury

Większość problemów planowania dystrybucji usług inspirowana jest problemem marszrutyzacji pojazdów (*ang. Vehicle Routing Problems (VRP)*). Problemy klasy VRP, znane już od połowy XX. wieku, po dziś dzień stanowią przedmiot wielu badań i publikacji, wyróżniających różne jego rozszerzenia, takie jak Dynamic VRP [17], Periodic VRP [18], VRP z wieloma stałymi oknami czasowymi [8], VRP z oknami czasowymi i ograniczoną liczbą zasobów [14] itp. W kontekście wspomnianych wcześniej potrzeb związanych z zapewnieniem pacjentom domowej opieki zdrowotnej oraz usług serwisowych sprzętu domowego i/lub biurowego, większość wyżej wymienionych rozszerzeń VRP sprowadza się do dwóch klas problemów organizacji: mobilnej opieki zdrowotnej (*ang. Home Healthcare Routing and Scheduling Problems (HHRSP)*) [2] oraz mobilnych usług serwisowych (*ang. Multiple Traveling Repairman Problems (MTRP)*) [17]. Klasy te znajdują swoje dalsze rozszerzenia, tj. Multi-depot HHRSP [10] i Weighted MTRP [11].

Domowa opieka zdrowotna jest mobilną formą pielęgniarstwa polegającą na udzielaniu medycznych i terapeutycznych świadczeń zdrowotnych pacjentom w miejscu ich zamieszkania, w ustalonych wcześniej terminach (oknach czasowych). Według dostępnych danych prawie 25% czasu pracy pielęgniarek/terapeutów zajmują dojazdy do pacjentów. Oczekiwania z tym związane często podejmuje literatura przedmiotu referująca badania prowadzone w zakresie wyspecjalizowanych modeli pozwalających na opracowanie problemowo zorientowanych algorytmów planowania usług m.in. marszrut i harmonogramów usług mobilnych grup świadczeniodawców domowej opieki zdrowotnej. Zagadnieniom tym poświęcono wiele prac, tak o charakterze przeglądowym [1, 12, 15, 17], jak i problemowo zorientowanym [2, 13]. Oprócz dominujących, deterministycznych wersji problemu HHCRSP istnieją również implementacje wersji stochastycznych oraz rozmytych [7]. Istotną ich nowelizację stanowi wersja łącząca zagadnienia wyznaczania tras i harmonogramowania pracy zespołów z poziomem kwalifikacji zatrudnianego w nich personelu. Takie rozszerzenie, poprzez integrację problemu harmonogramowania pracy zespołów pielęgniarstkich (*ang. Nurse Rostering Problem (NRP)*) [1, 11,] i HHCRSP, pozwala jednocześnie wyznaczyć harmonogram pracy personelu, a także jego obsadę i rotację, zminimalizować koszty dojazdów, określić optymalną liczbę pracowników o zadanych kwalifikacjach, zminimalizować opóźnienia realizacji zamawianych usług itp.

Problem planowania mobilnych usług serwisowych (TRP) [16] sprowadzający się do wyznaczenia marszrutę serwisanta świadczącego usługi w wielu geograficznie rozproszonych lokalizacjach, w zadanych oknach czasowych, maksymalizującej liczbę zgłoszonych zamówień należy do klasy problemów NP-trudnych. Jego rozszerzenie, Multiple Traveling Repairman Problems (MTRP) [12] koncentruje się na optymalizacji świadczenia usług napraw i konserwacji poprzez współbieżnie realizowaną dystrybucję ZS w sieci geograficznie rozproszonych klientów.

W ogólnym przypadku zarówno problemy HHRSP, jak i MTRP formułowane są na podstawie podobnych celów i ograniczeń, a także korzystają z analogicznych metodologii do ich rozwiązywania. W zależności od potrzeb, problemy MTRP mogą uwzględniać zarówno stochastyczny, jak i deterministyczny charakter zachodzących procesów. Podobieństwo problemów HHRSP i MTRP widoczne w sformułowaniach ich instancji (w tym w strukturze zmiennych i ograniczeń oraz funkcji celu) inspirowane wyzwanie opracowania modelu referencyjnego obejmującego obie klasy problemów, tzn. modelu dystrybucji usług wśród geograficznie rozproszonych klientów.

Wskazana luka badawcza podkreśla konieczność opracowania modeli o strukturze otwartej, umożliwiającej wprowadzenie dodatkowych ograniczeń lub zastąpienie istniejących. Stosowne możliwości zapewnia paradygmat programowania deklaratywnego dopuszczający ograniczenia różnej natury i charakteru (tj. warunki logiczne, algebraiczne, liniowe i nieliniowe, uwzględniający deterministyczny, probabilistyczny i/lub rozmyty charakter zmiennych) [3, 4].

Podstawową zaletą deklaratywnego modelu referencyjnego stanowi jego elastyczna, otwarta struktura, umożliwiająca włączenie nowych relacji/ograniczeń między zmiennymi decyzyjnymi bez istotnego uszczerbku dla wydajności obliczeniowej, a zatem spełniająca oczekiwania implementacyjne metod komputerowo wspomaganego podejmowania decyzji. Implementowana w nim reprezentacja struktury problemu spełniania ograniczeń (*ang. Constraint Satisfaction Problem, CSP*) [19] umożliwia formułowanie i rozwiązywanie zarówno problemów analizy (odpowiadających na pytania typu: co się stanie gdy?) jak i problemów syntezy (poszukujących odpowiedzi na pytania: co się musi zdarzyć aby oczekiwania się spełniły?)

Techniki modelowania deklaratywnego i programowania z ograniczeniami oferują naturalne reprezentacje złożonych problemów optymalizacyjnych, ale ich zastosowanie w planowaniu dystrybucji usług, szczególnie w integracji współbieżnie przemieszczających się zespołów serwisowych, pozostaje niedostatecznie zbadane. W tym kontekście, zaproponowano rozwiązanie łączące zalety modelowania deklaratywnego z paradygmatem systemów współbieżnie realizowanych procesów multimodalnych.

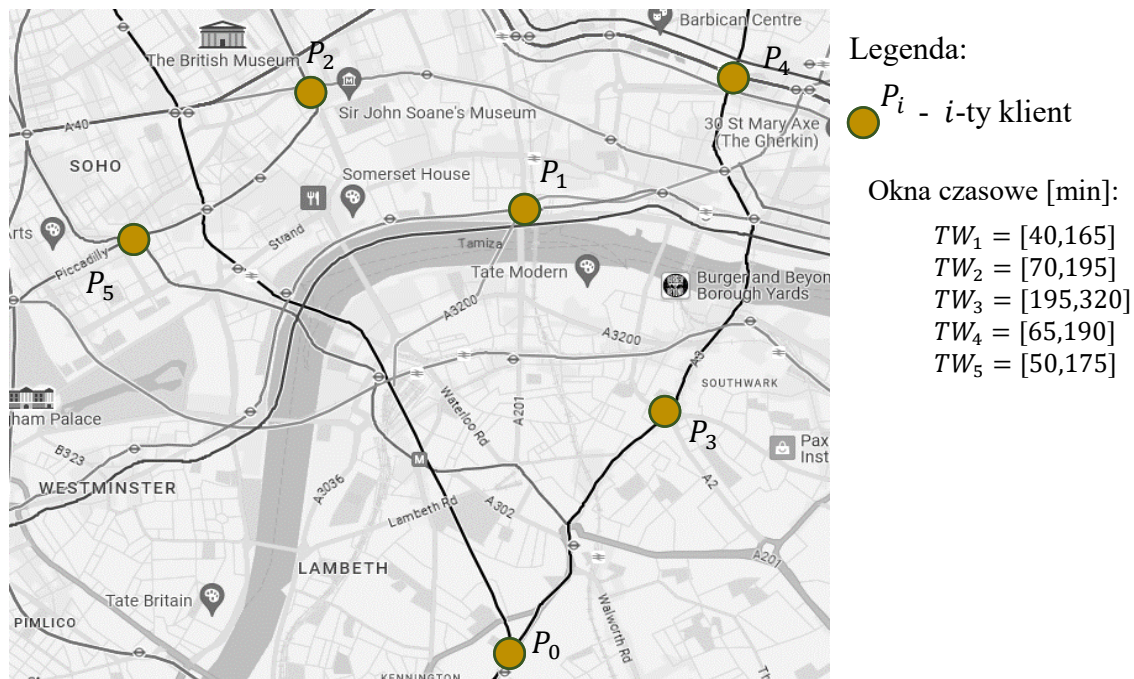
### 3. Modelowanie deklaratywne

#### 3.1. Przykład ilustracyjny

Celem ilustracji rozważanego problemu dystrybucji usług zamawianych przez klientów oraz modelu procesów multimodalnych umożliwiającego jego rozwiązanie rozważmy następującą sytuację. Pięciu klientów  $P_1, \dots, P_5$  złożyło zamówienie na wykonanie usług serwisowych w terminach określonych oknami czasowymi  $TW_1, \dots, TW_5$ . Przyjmuje się, że każde okno czasowe oznacza okres wykonania danej usługi serwisowej, np.:  $TW_1 = [40, 165]$  oznacza, że usługa serwisowa u klienta  $P_1$  rozpoczyna się po 40 minucie i zakończy przed 165 minutą od chwili początkowej rozpoczynającej przyjęty horyzont czasu.

Rozważany przypadek (gdzie znane są z góry terminy  $TW_i$  realizacji serwisu) odnosi się do sytuacji gdy żądania klientów determinują zachowanie dostawcy usług dostosowującego się do ich wymagań (oczekiwań). W ogólności, możliwy jest również

wariant odwrotny, w którym terminy realizacji usług są określone przez ich dostawcę i do których klienci muszą się dostosować. W scenariuszu tego typu okna czasowe  $TW_i$  są wyznaczane na etapie planowania misji serwisowych.



Rys. 1. Sieć dystrybucji usług

Usługa serwisowa każdego klienta realizowana jest przez jeden z czterech dostępnych zespołów ZS:  $ST_1, \dots, ST_4$ , rozwożonych dwoma jednorodnymi pojazdami  $NV = 2$ . Klienci ( $P_1, \dots, P_5$ ) i baza pojazdów ( $P_0$ ) zlokalizowani są w przestrzeni miejskiej przedstawionej na rys. 1. Przyjmuje się również, że:

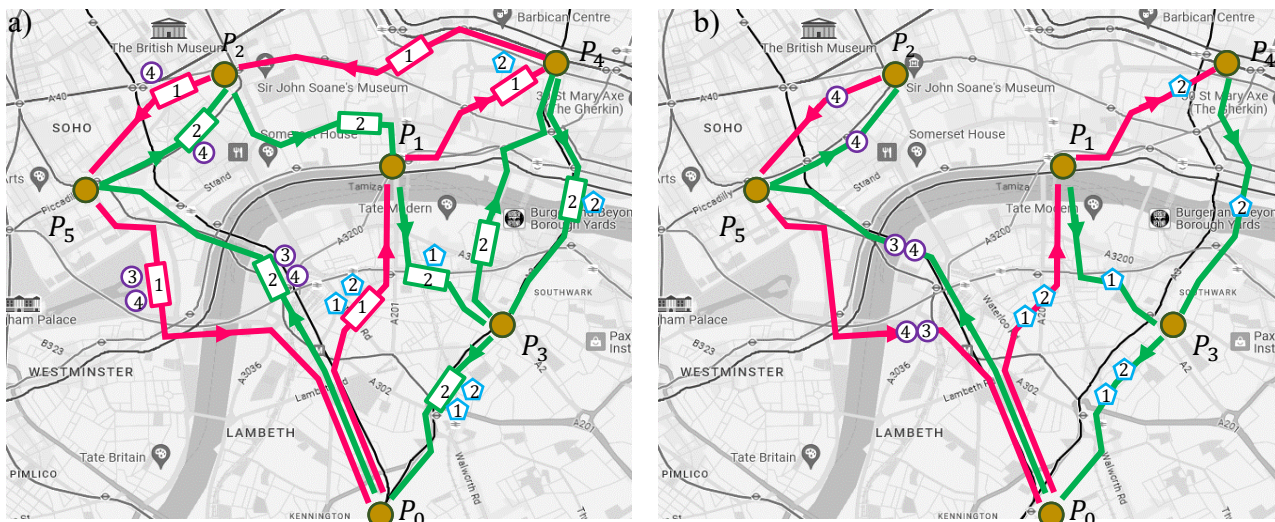
- czas pracy wszystkich ZS ogranicza wspólny horyzont czasowy: dzień roboczy 8h ( $H = 480 \text{ min}$ ),
- każdy klient obsługiwany jest tylko przez jeden ZS,
- czas trwania każdej usługi serwisowej jest taki sam i wynosi  $st_i = 120 \text{ min}$ ,
- klienci są obsługiwani w określonych (podanych w zamówieniach) oknach czasowych:  $TW_1 = [40,165]$ ,  $TW_2 = [70,195]$ ,  $TW_3 = [195,320]$ ,  $TW_4 = [65,190]$ ,  $TW_5 = [50,175]$ ,
- ZS mogą być dowożone i odbierane różnymi pojazdami,
- pojemność pojazdu ograniczająca liczbę jednocześnie przewożonych ZS jest znana i równa  $mvc_v = 2$  (każdy pojazd może przewozić co najwyżej dwa ZS),
- każdy pojazd  $v \in V$  musi zostać użyty w trakcie realizacji misji.

Przyjmując te założenia rozważany problem sprowadza się do odpowiedzi na następujące pytania:

*Czy istnieje plan misji serwisowej (harmonogram usług ZS zespołów serwisowych oraz marszruty i harmonogramy przejazdu pojazdów), gwarantujący wykonanie zamówień serwisowych wszystkich klientów w zadanych przez nich oknach czasowych ( $TW_i$ )?*

*Jeśli tak, jaki jest najkrótszy czas ukończenia misji?*

Specyfikę tego typu problemów oddaje model procesów multimodalnych [6]. Wynika to z faktu, że zespoły serwisowe obsługujące różnych klientów przemieszczające się różnymi środkami transportu można interpretować jako procesy realizowane na odcinkach tras wyznaczanych przez determinujące je procesy transportowe.



Legenda:

- marszruta pojazdu  $V_1$
- marszruta pojazdu  $V_2$
- zespoły serwisowe  $ST_1, ST_2$  rozwożone przez  $V_1$
- zespoły serwisowe  $ST_3, ST_4$  rozwożone przez  $V_2$

Rys 2. Marszruty procesu multimodalnego: a) marszruty pojazdów, b) marszruty ZS

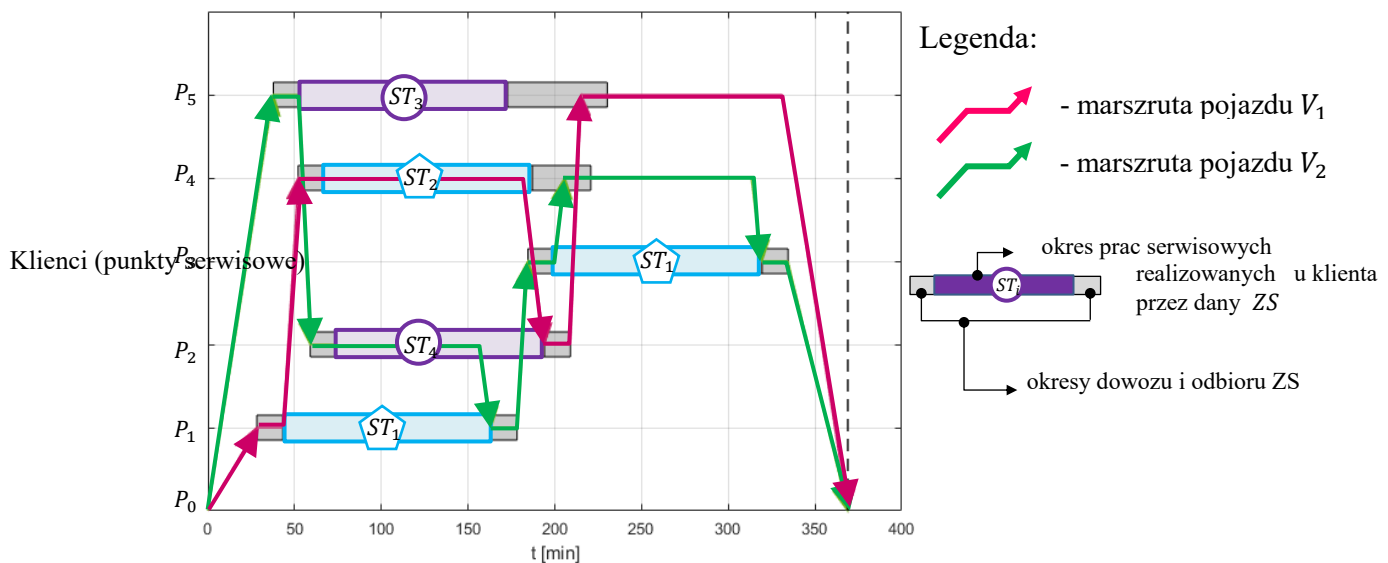
Rozważaną sytuację ilustruje plan misji uwzględniający trasy procesów transportowych realizowanych przez pojazdy:  $V_1, V_2$  (rys. 2a) umożliwiających przemieszczanie ZS oraz trasy procesów serwisowych realizowanych przez:  $ST_1, \dots, ST_4$  (rys. 2b) przemieszczające dzięki nim („surfujące” po nich) ZS. Trasy pojazdów obsługujących ZS i trasy poszczególnych ZS przytoczone na rysunku 2a) i rysunku 2b) wyróżniają poszczególne warstwy rozpatrywanych procesów multimodalnych. Zależności czasowe tych procesów przedstawia diagram Gantta ilustrujący ich przepływ (rys. 3).

Trasy pojazdów ( $V_1, V_2$ ) przewożących ZS (rys. 2a) mają postać:

- dla pojazdu  $V_1$ :  $P_0, P_1, P_4, P_2, P_5, P_0$ ,
- dla pojazdu  $V_2$ :  $P_0, P_5, P_2, P_1, P_3, P_4, P_3, P_0$ ,

i trasy przemieszczania się ZS realizujących zamówione usługi serwisowe:

- dla zespołu  $ST_1$ :  $P_0, P_1$ , (przemieszczane przez  $V_1$ ),  $P_1, P_3, P_0$ , (przemieszczane przez  $V_2$ ),
- dla zespołu  $ST_2$ :  $P_0, P_1, P_4$ , (przemieszczane przez  $V_1$ ),  $P_4, P_3, P_0$ , (przemieszczane przez  $V_2$ ),
- dla zespołu  $ST_3$ :  $P_0, P_5$ , (przemieszczane przez  $V_2$ ),  $P_5, P_0$ , (przemieszczane przez  $V_1$ ),
- dla zespołu  $ST_4$ :  $P_0, P_5, P_2$ , (przemieszczane przez  $V_2$ ),  $P_2, P_5, P_0$ , (przemieszczane przez  $V_1$ ).



Rys. 3. Harmonogram misji serwisowej

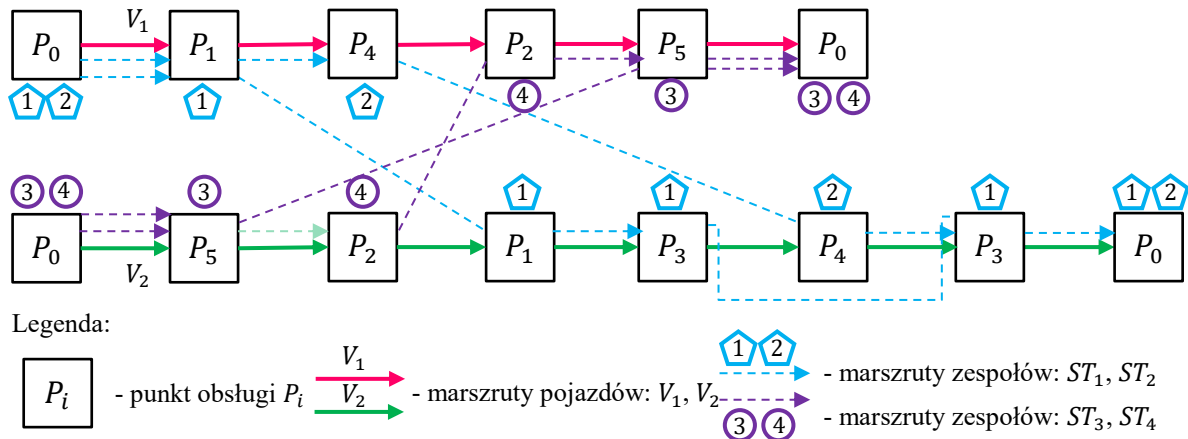
Pojazdy rozpoczynają swoje misje z dwoma ZS (pojazd  $V_1$  zabiera  $ST_1$ ,  $ST_2$ , natomiast pojazd  $V_2$  zabiera  $ST_3$ ,  $ST_4$ ). W trakcie misji, przewożone ZS zmieniają pojazdy, w wyniku czego do bazy ( $P_0$ ) dostarczane są przez inne niż te, które je pierwotnie zabrały.

Przyjęty sposób dostarczania ZS do klientów pozwala na realizację misji w czasie krótszym niż  $H = 480 \text{ min}$  (rys. 3) co byłoby niemożliwe w sytuacji transportu jednomodalnego (tzn. w sytuacji zabraniającej ZS zmiany środka transportu).

Diagram stanów z rysunku 4 pokazuje w szczególności, że przemieszczanie się ZS pomiędzy klientami uzależnione jest od dostępności stosownego (np. umożliwiającego odbiór ZS) pojazdu w lokalizacji klienta. Warto również zauważyć, że wykorzystanie paradygmatu procesów multimodalnych umożliwia planowanie dystrybucji usług zarówno z perspektywy przemieszczanych ZS, jak i przewożących je pojazdów. Biorąc pod uwagę różne kryteria oceny, rodzące się w tym zakresie problemy można sprowadzić do pytań takich jak:

- Czy dana flota pojazdów obsługująca zadany zbiór ZS gwarantuje realizację misji serwisowej pozwalającej zrealizować wszystkie zamówienia w zadanym horyzoncie czasowym? Jeśli tak, to: Jaki sposób organizacji i przebiegu misji gwarantuje minimalny czas postoju pojazdów i/lub przestoju zespołów serwisowych? Czy można zminimalizować liczbę zatrudnianych ZS i/lub zminimalizować czas przestoju przewożących je pojazdów? Jaka flota pojazdów i/lub zbiór ZS gwarantuje realizację danego zestawu zleceń serwisowych?
- Jaki zbiór ZS i jaka flota przewożących je pojazdów gwarantuje realizację największej liczby zleceń serwisowych w danym horyzoncie czasowym? Jaka strategia dystrybucji usług minimalizuje czas przestoju pojazdów floty?  
itp.

Reasumując, potrzeby związane z planowaniem dystrybucji usług wymuszają potrzebę poszukiwania uniwersalnych metod ich rozwiązywania implementujących koncepcję modeli procesów multimodalnych oraz paradygmatu modelowania deklaracyjnego.



Rys. 4. Diagram stanów przepływu procesów multimodalnych

### 3.2 Model referencyjny i sformułowanie problemu

Matematyczne sformułowanie rozważanego problemu planowania dystrybucji usług serwisowych, a w szczególności wyznaczania misji serwisowych (związanych z wyznaczaniem zbioru marszrut i harmonogramu prac grup serwisowych oraz wyznaczaniem tras pojazdów je przewożących) uwzględnia następujące parametry, zmienne, zbiory i ograniczenia.

#### Parametry:

- $SI$ : liczba punktów realizacji zadań serwisowych z uwzględnieniem bazy,
- $SV$ : liczba elementów relacji łączącej dostawę/odbiór, wyznaczona wzorem:  $SV = (2 \times SI) - 1$
- $NV$ : liczba pojazdów,
- $NW$ : liczba ZS,
- $\mathcal{P}$ :  $\mathcal{P} = \{P_0, P_1, \dots, P_i, \dots, P_{SI}, P'_1, P'_2, \dots, P'_i, \dots, P'_{SI}\}$  zbiór punktów  $P_i$  do których ZS są dostarczane i odpowiedniki  $P'_i$  z których ZS są odbierane:  $|\mathcal{P}| = SV$ ,
- $\mathcal{V}$ : zbiór pojazdów, gdzie  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_v, \dots, V_{NV}\}$ ,
- $\Omega$ : zbiór ZS, gdzie  $\Omega = \{ST_1, \dots, ST_\omega, \dots, ST_{NW}\}$ ,
- $st_i$ : okres realizacji usługi serwisowej w punkcie  $P_i$ ,
- $TW$ : zbiór okien czasowych  $TW = \{TW_1, \dots, TW_i, \dots, TW_{SI}\}$ , gdzie  $TW_i = [ss_i^{min}, ss_i^{max}]$  - okno czasowe określające przewidywany okres realizacji zleconej usługi,  $ss_i^{min}$  - najwcześniejszy możliwy moment rozpoczęcia,  $ss_i^{max}$  - najpóźniejszy możliwy moment zakończenia realizacji usługi punkcie  $P_i$ ,
- $vt_{i,j}$ : czas przejazdu pomiędzy punktami  $P_i$  i  $P_j$ ,
- $mvc_v$ : maksymalna pojemność pojazdu  $v$  (maksymalna liczba ZS),
- $svc_v$ : liczba ZS w pojeździe  $v$  w chwili startu z bazy,
- $TI$ : czas wejścia/wyjścia ZS z pojazdu
- $H$ : horyzont czasowy.

#### Zmienne decyzyjne:

- $x_{i,j}^v$ : zmienna binarna wskazująca czy pojazd  $v$  przemieszcza się do  $P_j$  z  $P_i$ ,
- $y_i^v$ : moment czasu, w którym pojazd  $v$  dociera do punktu  $P_i$ ,



- $z_{\omega,i}^v$ : zmienna binarna wskazująca czy zespół  $\omega$  został dostarczony do punktu  $P_i$  pojazdem  $v$ ,  
 $vc_i^v$ : liczba zespołów w pojeździe  $v$  podróżujących do punktu  $P_i$   
 $st^v$ : moment czasu wyruszenia pojazdu  $v$  z bazy,  
 $vw_i^v$ : czas postoju pojazdu  $v$  po przybyciu do punktu  $P_i$ ,  
 $\bar{d}_i$ : zmienna binarna wskazująca czy zespół został dostarczony do  $P_i$ ,  
 $\bar{p}_i$ : zmienna binarna wskazująca czy zespół odebrany został z  $P_i$ ,  
 $ss_i$ : moment czasu startu usługi serwisowej w punkcie  $P_i$ ,  
 $se_i$ : moment czasu ukończenia usługi serwisowej w  $P_i$ ,  
 $TST$ : całkowity czas misji serwisowej,  
 $DT_i^v$ : czas przestoju pojazdu  $v$  w punkcie  $P_i$ ,  
 $DT_i^\omega$ : czas przestoju ZS  $\omega$  w punkcie  $P_i$ .

### Ograniczenia:

- Ograniczenia determinujące dopuszczalne trasy przejazdu pojazdów:

$$\sum_{j=1}^{SI} x_{1,j}^v = 1, v = 1, \dots, NV \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{SV} x_{i,j}^v = \sum_{j=1}^{SV} x_{j,i}^v, v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV \quad (2)$$

$$x_{i,i}^v = 0, v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{SV} x_{i,j}^v = 1, v = 1, \dots, NV, j = 1, \dots, SV \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{SV} x_{i,j}^v = 1, v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{SV} \sum_{v=1}^{NV} x_{i,j}^v = 1, j = 2, \dots, SV \quad (6)$$

- Ograniczenia determinujące związki pomiędzy dostawą i odbiorem ekipy serwisowej - do/z punktu  $P_i$ :

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^{SV} x_{i,j}^v = \bar{d}_j, j = 2, \dots, SI \quad (7)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^{SV} x_{i,(j+SI)}^v = \bar{p}_j, i = 2, \dots, SI, j = 2, \dots, SI \quad (8)$$

$$\bar{d}_i = \bar{p}_i, i = 2, \dots, SI \quad (9)$$

- Warunki zapewniające poprawność rozkładów jazdy pojazdów:

$$(x_{1,j}^v = 1) \Rightarrow y_j^v = st^v + vt_{1,j}, v = 1, \dots, NV, j = 1, \dots, SI \quad (10)$$

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow y_j^v = y_i^v + vt_{i,j} + vw_i^v, v = 1, \dots, NV, i, j = 2, \dots, SV, \quad (11)$$

$$y_i^v \leq H \times \sum_{j=1}^{ST} x_{i,j}^v, v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV \quad (12)$$

$$(y_i^v \geq 1) \wedge (y_{i+SI}^q \geq 1) \Rightarrow |y_i^v - y_{i+SI}^q| \geq TI + st_i, v, q = 1, \dots, NV, \quad (13)$$

$$i = 1, \dots, SI, v \neq q$$

$$\sum_{v=1}^{NV} y_i^v \leq \sum_{v=1}^{NV} y_{i+SI}^v, i = 2, \dots, SI \quad (14)$$

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow vw_i^v \geq TI, v = 1, \dots, NV, i = 2, \dots, ST, j = 1, \dots, SV, \quad (15)$$

- Ograniczenia gwarantujące brak przeładowania pojazdu:

$$(x_{1,j}^v = 1) \Rightarrow vc_j^v = svc_v - 1, v = 1, \dots, NV, j = 1, \dots, SI \quad (16)$$

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow vc_j^v = vc_i^v - 1, v = 1, \dots, NV, i = 2, \dots, SV, j = 1, \dots, SI \quad (17)$$

$$(x_{1,j+SI}^v = 1) \Rightarrow vc_{j+SI}^v = vc_i^v + 1, v = 1, \dots, NV, i = 2, \dots, SV \quad (18)$$

$$vc_i^v \leq mvc_v, v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV \quad (19)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} vc_i^v \leq NW, i = 1, \dots, SV \quad (20)$$

- Warunki określające zasady przydziału zespołów serwisowych do  $SP$ :

$$\sum_{\omega=1}^{NW} \sum_{v=1}^{NV} z_{\omega,i}^v = 1, i = 2, \dots, SI \quad (21)$$

$$\sum_{\omega=1}^{NW} \sum_{v=1}^{NV} z_{\omega,1}^v = 0, \quad (22)$$

$$\sum_{i=2}^{SI} z_{\omega,i}^v \geq 1, \quad \omega = 1, \dots, NW, v = 1, \dots, NV \quad (23)$$

$$(z_{\omega,i}^v = 1) \wedge (z_{\omega,j}^v = 1) \Rightarrow (y_i^v \geq y_{j+SI}^q + TI) \vee (y_j^v \geq y_{i+SI}^q + TI), \quad (24)$$

$$\omega \in 1, \dots, NW, \quad i, j = 1, \dots, SI, i \neq j, \quad v, q = 1, \dots, NV,$$

- Warunki określające zasady wyznaczania harmonogramu operacji serwisowych:

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow ss_j = y_j^v + TI, \quad v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV, j = 2, \dots, SI \quad (25)$$

$$se_i = ss_i + st_i, \quad i = 2, \dots, SI, \quad (26)$$

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow y_j^v + TI \geq ss_i^{min}, \quad v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV, j = 2, \dots, SI \quad (27)$$

$$(x_{i,j+SI}^v = 1) \Rightarrow y_{j+SI}^v \leq ss_i^{max}, \quad v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV, j = 2, \dots, SI \quad (28)$$

- Warunki występowanie przestoju pojazdów i ZS:

$$(x_{i,j}^v = 1) \Rightarrow DT_j^v = vw_j^v - TI, \quad v = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SV, j = 2, \dots, SV \quad (29)$$

$$(z_{\omega,i}^v = 1 \wedge x_{i+SI,j}^q = 1) \Rightarrow DT_i^\omega = ((y_j^q - vt_{i,j}) - (se_i + TI)) \quad (30)$$

$$v, q = 1, \dots, NV, i = 1, \dots, SI, j = 1, \dots, SV.$$

### Funkcje celu:

Zwykle poszukiwana jest misja z najkrótszym czasem realizacji misji  $TST$ :

$$\text{minimalizuj } TST = \max(y_0^v), \quad v = 1, \dots, NV, \quad (31)$$

gdzie:  $y_0^v$  okres po którym pojazd  $v$  powraca do punktu  $P_0$ ,

Kryterium to jest jednym z możliwych, jakie można wybrać w powyższym modelu. W zależności od kontekstu (np. analizy biznesowej, kosztów misji) kryteria te mogą przybierać różną formę związaną z:

- minimalizacją całkowitego czasu postoju związanego z parkowaniem pojazdów zbioru  $V$ :

$$\text{minimalizuj } DV = \max \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^{ST} DT_i^v, \quad (32)$$

- minimalizacją całkowitego czasu przestoju ZS zbioru  $\Omega$ :

$$\text{minimalizuj } D\Omega = \max \sum_{\omega=1}^{NW} \sum_{i=1}^{ST} DT_i^\omega, \quad (33)$$

- minimalizacją całkowitego czasu przebywania ZS ze zbioru  $\Omega$  i czasów przestoju pojazdów ze zbioru  $V$ :

$$\text{minimalizuj } DV\Omega = \max(\sum_{\omega=1}^{NW} \sum_{i=1}^{ST} DT_i^\omega + \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^{ST} DT_i^v). \quad (34)$$

### 3.3. Sformułowanie problemu

Możliwość stosowania różnych funkcji celu, a także różnych ograniczeń (opisujących przyjęte założenia) pozwala na formułowanie i rozwiązywanie problemów dotyczących zagadnień kładących nacisk na różne kryteria (czas realizacji misji, czas postoju pojazdów, czas postoju zespołu obsługi itp.). Problemy tego typu można sformułować w postaci Problemu Optymalizacji Ograniczeń (COP) [6].

$$COP = ((V, D), C, C_{OPT}), \quad (35)$$

gdzie:  $V$  zbiór zmiennych decyzyjnych reprezentujących trasy pojazdów i trasy ruchu ZS (reprezentowane przez:  $x_{i,j}^v, z_{\omega,i}^v, \bar{d}_i, \bar{p}_i$ ) oraz ich harmonogramy (reprezentowane

przez:  $y_i^v, st^v, ss_i, se_i, vw_i^v$ );  $\mathbb{D}$  – zbiór dziedzin zmiennych decyzyjnych:  $x_{i,j}^v, z_{\omega,i}^v, \bar{d}_i, \bar{p}_i \in \{0,1\}$ ,  $y_i^v, st^v, ss_i, se_i, vw_i^v \in \mathbb{N}$ ;  $\mathbb{C}$  – zbiór ograniczeń zdefiniowanych warunkami (1)–(30);  $\mathbb{C}_{OPT}$  – przyjęta funkcja celu (31)–(34) ( $TST, DV, D\Omega, DV\Omega$ ).

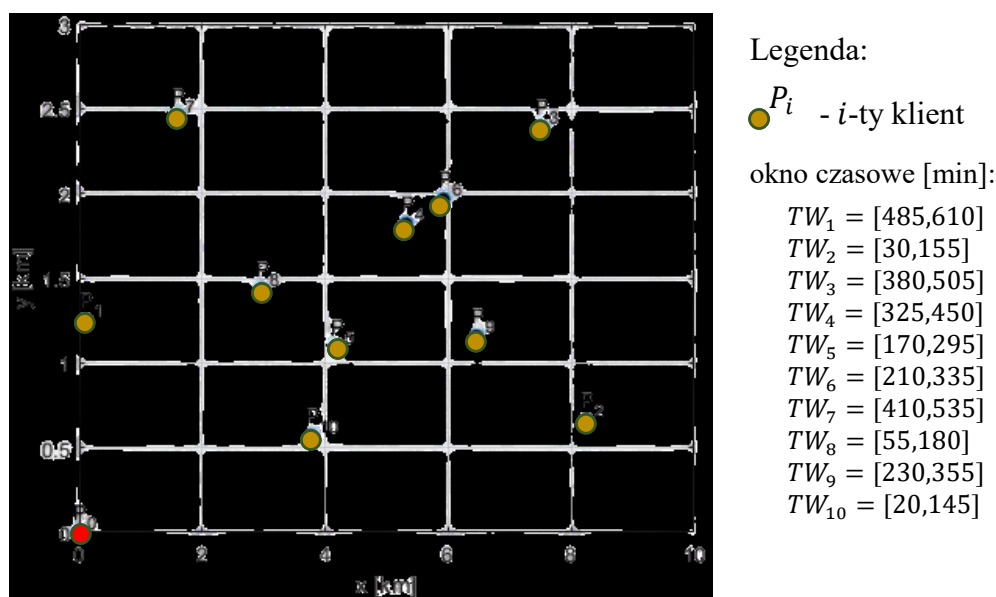
Rozwiązanie problemu COP (35) sprowadza się do wyznaczenia takich wartości zmiennych decyzyjnych  $\mathbb{V}$ , dla których spełnione są wszystkie ograniczenia podane w zbiorze  $\mathbb{C}$ , a wartość funkcji celu  $\mathbb{C}_{OPT}$  jest minimalna. Rozwiązanie COP oznacza ustalenie planu misji serwisowej, który zapewni spełnienie oczekiwań klientów.

## 4. Komputerowo wspomagane planowanie dystrybucji usług

### 4.1. Wspomaganie planowania dystrybucji usług

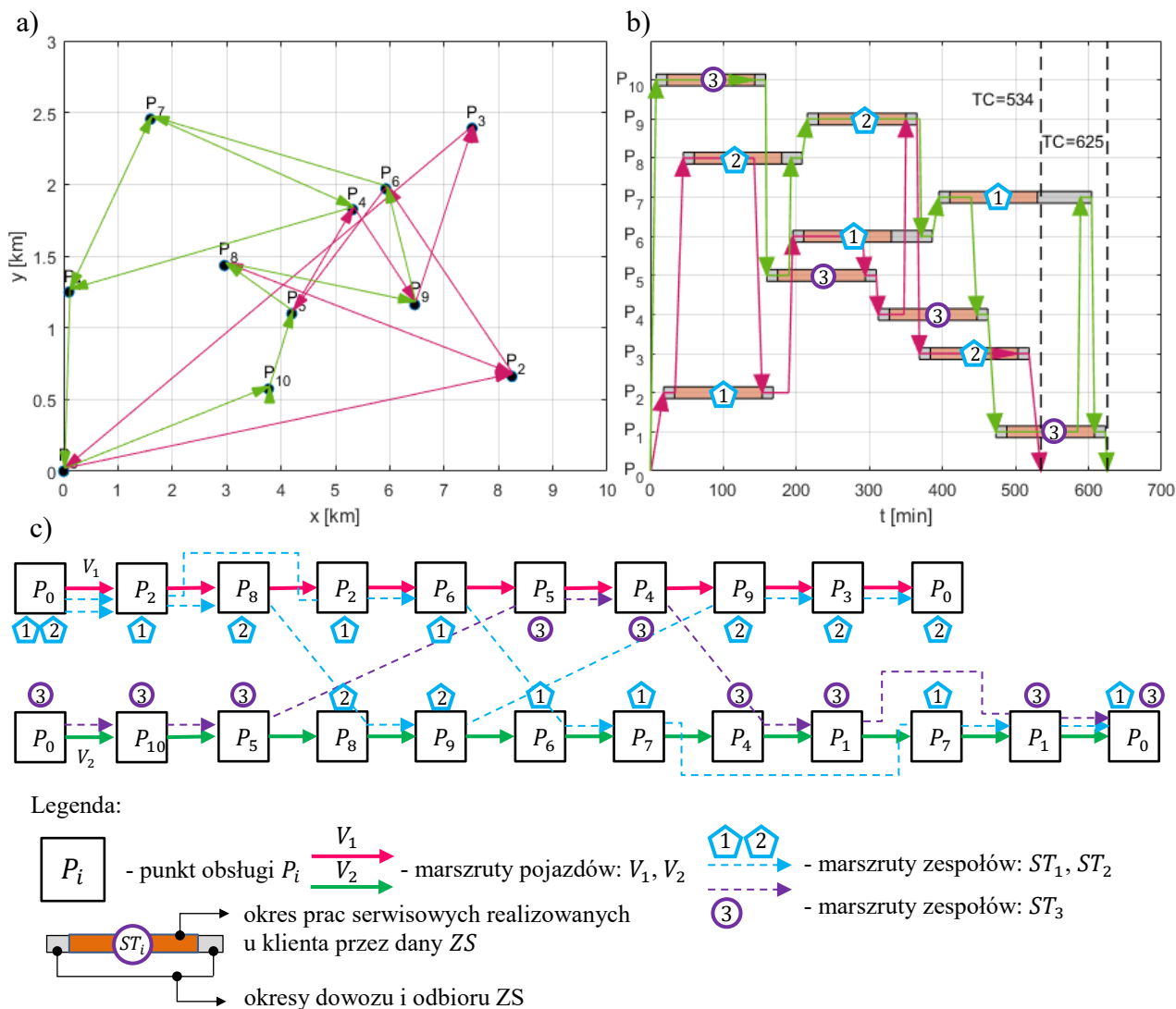
Celem ilustracji możliwości wykorzystania wprowadzonego modelu COP (35), rozważmy następujący przykład.

Znany jest zbiór klientów znajdujących się w punktach  $\mathcal{P} = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_{10}\}$ , oczekujących na realizację zamówionych usług (rys. 5), gdzie  $P_0$  jest punktem reprezentującym bazę. Usługi świadczone są przez trzy ZS:  $\Omega = \{ST_1, ST_2, ST_3\}$  składające się z serwisantów posiadających te same kwalifikacje. ZS są przewożone flotą jednorodnych pojazdów  $\mathcal{V} = \{V_1, V_2\}$ . Zakłada się, że pojazd  $V_1$  rozpoczyna swoją misję przewożąc dwa ZS ( $svc_1 = 2$ ), natomiast pojazd  $V_2$  jeden ZS ( $svc_2 = 1$ ).



Rys. 5. Rozważana sieć dystrybucji usług

Dodatkowo, klienci zgłaszają (zamawiają) terminy możliwej realizacji usługi serwisowej. Usługodawcy dostosowują swoje działania do tych oczekiwań. Klienci obsługiwani są w niżej podanych oknach czasowych [min]:  $TW_1 = [485,610]$ ,  $TW_2 = [30,155]$ ,  $TW_3 = [380,505]$ ,  $TW_4 = [325,450]$ ,  $TW_5 = [170,295]$ ,  $TW_6 = [210,335]$ ,  $TW_7 = [410,535]$ ,  $TW_8 = [55,180]$ ,  $TW_9 = [230,355]$ ,  $TW_{10} = [20,145]$ .



Rys. 6. Wyniki eksperymentu: marszrut pojazdów  $V_1, V_2$  a) przydział zespołów  $ST_1, ST_2, ST_3$  i harmonogram realizacji misji b), diagram stanów przepływu procesów multimodalnych c)

Czas usługi serwisowej w każdym punkcie  $P_i \in \mathcal{P}$  jest taki sam i wynosi  $st_i = 120 \text{ min}$ . Ponadto przyjmuje się, że czasy związane z przygotowaniem (opuszczeniem pojazdu, pobraniem sprzętu, narzędzi itp.) oraz zakończeniem usługi serwisowej są takie same i wynoszą  $TI = 15 \text{ min}$ . Misja serwisowa (obsługa wszystkich klientów) powinna zostać zrealizowana w ciągu jednego dnia roboczego ( $H = 720 \text{ min}$ ).

Dla tych danych rozważmy problem, w którym poszukiwana jest odpowiedź na pytanie: *Czy dla zadanych zbiorów  $P, V, \Omega$ , istnieje misja zapewniająca terminową realizację zleconych usług serwisowych (zgodnie z zadanymi oknami czasowymi  $TW$ )? A jeśli tak, to jaki wariant minimalizuje czas przestoju pojazdów  $DT$  (kryterium (32))?*

Opracowany model z funkcją celu (32) został zaimplementowany w środowisku programowania deklaratywnego IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (Intel® Core™ i7-8850H CPU 2,60 GHz, 32 GB RAM). Przyjęto również, że czas obliczeń niezbędny dla uzyskania rozwiązania (optymalnego, lub suboptymalnego) nie powinien przekraczać 120s.

Na rysunku 6 przedstawiono uzyskane rozwiązanie tj.: plan przejazdu (rys. 6a) harmonogram serwisu (rys. 6b) oraz diagram stanów przepływu procesów multimodalnych (rys. 6c). Łatwo zauważyć, że przyjęta strategia multimodalnej dystrybucji usług, uwzględnia sytuacje, w których odbiór ZS odbywa się przez pojazdy inne niż te, które je dostarczyły. Przykładowo klient  $P_4$  obsługiwany jest przez ZS dostarczany pojazdem  $V_1$  i odbierany przez pojazd  $V_2$ . Analogiczna sytuacja ma miejsce u klientów w punktach  $P_5, P_6, P_8, P_9$ .

Pozostali klienci są obsługiwani przez zespoły dostarczane i odbierane przez ten sam pojazd. Misja ukończona zostaje w  $TST = 625$  minut (10 godzin i 25 minut) a sumaryczny czas przestoju (bezczynności) pojazdów wynosi  $DT = 725$  min. Jest to najlepszy z możliwych rezultatów, który nie może być osiągnięty w trybie transportu jednododalnego.

Jak widać różne sposoby dostawy i odbioru ZS obsługujących klientów w ustalonych (znanych z góry) oknach czasowych w sposób istotny wpływają na wartości kryteriów związane z czasami: postoju ekip serwisowych (33) i przestoju pojazdów je przewożących (32) itp. Stosowanie różnych kryteriów ma również istotny wpływ na czas obliczeń.

## 4.2 Skalowalność metody wariantowania

Dla ilustracji skali możliwych sytuacji, w których proponowane podejście znajduje swoje praktyczne zastosowanie, rozważmy serię eksperymentów obejmujących planowanie dystrybucji usług serwisowych, dla których wyznaczany był czas obliczeń konieczny do znalezienia minimalnych wartości funkcji celu opisanych wyrażeniami (31)-(34). Kolejne instancje sieci dystrybucji różnią się liczbą punktów obsługi:  $SI = 5, \dots, 15$  podczas gdy odpowiadające im liczby zespołów serwisowych  $\Omega = \{ST_1, ST_2, ST_3\}$  i dostarczających jest pojazdów  $\mathcal{V} = \{V_1, V_2\}$  nie ulegają zmianie.

Przyjmuje się, że planowane misje serwisowe realizowane są w horyzoncie czasowym  $H = 720$  min., a czas oczekiwania na wynik obliczeń nie przekracza 600s. Eksperymenty przeprowadzono przy założeniu znanych wcześniej momentów realizacji zleceń serwisowych, czyli okien czasowych obsługi  $TW$ :  $TW_1 = [485,610]$ ,  $TW_2 = [30,155]$ ,  $TW_3 = [380,505]$ ,  $TW_4 = [325,450]$ ,  $TW_5 = [170,295]$ ,  $TW_6 = [210,335]$ ,  $TW_7 = [410,535]$ ,  $TW_8 = [55,180]$ ,  $TW_9 = [230,355]$ ,  $TW_{10} = [20,145]$ ,  $TW_{11} = [230,355]$ ,  $TW_{12} = [20,145]$ .

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów zestawione zostały w tabeli 3. Łatwo zauważyć, że skala problemów, których rozwiązanie optymalne można otrzymać w czasie  $< 10$  min. (600 s) nie przekracza:

- 13 PS dla kryterium (31) - minimalizowany jest czas realizacji misji serwisowej  $TST$ ,
- 12 PS dla kryterium (32) - minimalizowany jest czas postoju wykorzystywanych pojazdów  $DV$ ,
- 12 PS dla kryterium (33) - minimalizowany jest czas beczynności zespołów serwisowych  $D\Omega$ ,
- 14 PS dla przyjętego kryterium (34) - minimalizowana jest suma czasu postoju wykorzystywanych pojazdów oraz czasu przestoju zespołów serwisowych  $DV\Omega$ .

Tabela 1

Czasy obliczeń problemu COP (35) dla  $SI = 5, \dots, 15$ 

Liczba punktów serwisowych $SI$	Funkcje celu			
	$TST$ (31)	$DV$ (32)	$D\Omega$ (33)	$DV\Omega$ (34)
5	0,89	0,451	0,369	0,987
6	1,03	1,304	1,923	1,04
7	5,365	1,325	1,918	1,078
8	10,874	21,246	9,066	1,231
9	45,339	15,876	33,633	2,485
10	115,36	49,398	95,986	10,307
11	198,154	158,321	140,363	39,367
12	384,125	398,21	425,112	101,124
13	554,981	$t > 600$	$t > 600$	384,215
14	$t > 600$	$t > 600$	$t > 600$	548,321
15	$t > 600$	$t > 600$	$t > 600$	$t > 600$

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku kryterium  $DV\Omega$  (gdzie  $DV\Omega = DV + D\Omega$ ) skala rozwiązywalnych problemów jest większa niż w przypadku kryteriów będących jego składowymi:  $DV$  oraz  $D\Omega$ . Podkreśla ona jedną z najważniejszych zalet wykorzystywanych środowisk programowania deklaratywnego, w których wzrost liczby ograniczeń definiujących problem (w tym przypadku funkcji celu) skutkuje zwiększeniem ich wydajności (skróceniem czasu obliczeń).

Skala rozwiązywalnych problemów (sieci dystrybucji z maksymalnie 14 PS serwisowanymi przez 3 ZS) pozwala na wykorzystanie proponowanego modelu dla przypadków planowania misji serwisowych dla horyzontów czasowych obejmujących jeden dzień roboczy, tzn. w sytuacjach, w których na jeden ZS przypada nie więcej niż 5 PS (np. jeden zespół zajmuje się maksymalnie 5 pacjentami na dzień).

## 5. Uwagi końcowe

Celem przedstawionych badań było opracowanie modelu referencyjnego multimodalnego procesu dystrybucji usług, umożliwiającego opracowanie metody planowania usług serwisowych zleczanych przez geograficznie rozproszonych klientów. Jego opracowanie spełnia oczekiwania wskazanej luki badawczej związanej opracowaniem jednorodnego modelu problemów HHRSP i MTRP. Pomimo wielu różnic związanych z naturą i specyfiką tych problemów ich podobieństwo jest widoczne w reprezentacjach struktury zmiennych decyzyjnych i ograniczeń, a także funkcji celu. Wskazana luka badawcza podkreśla również konieczność opracowania modeli o strukturze otwartej, umożliwiającej wprowadzenie dodatkowych (lub zastąpienie istniejących) ograniczeń tak różnej natury jak i charakteru (tzn. obejmujących warunki logiczne, algebraiczne, liniowe i nieliniowe, uwzględniających deterministyczny, probabilistyczny i/lub rozmyty charakter zmiennych).

Deklaratywna reprezentacja opracowanego modelu w sposób naturalny implementuje się w strukturach problemu spełniania ograniczeń co umożliwia

formułowanie i rozwiązywanie zarówno problemów analizy (odpowiadających na pytania typu: co się stanie gdy?) jak i problemów syntezy (poszukujących odpowiedzi na pytania: co się musi zdarzyć aby oczekiwania się spełniły?). Z uwagi na specyfikę rozważanego problemu planowania dystrybucji usług integrującego procesy współbieżnie realizowanych marszrut pojazdów oraz przemieszczania transportowanych nimi ZS zaproponowane w modelu rozwiązanie łączy zalety modelowania deklaratywnego z paradygmatem systemów procesów multimodalnych. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów potwierdzają zalety tego rozwiązania pozwalającego na skrócenie czasu realizacji planowanych misji serwisowych oraz poprawę wskaźników jakościowych znajdujących swoje odbicie w wartościach różnych funkcji celu.

Wyodrębnienie dwóch podejść akcentujących potrzeby klientów oraz potrzeby usługodawcy wprowadza dychotomię dwóch klas problemów odpowiednio zakładających lub odrzucających znajomość terminów realizacji operacji serwisowych. Sytuacja ta jest podobna do tej często spotykanej na rynku konsumenta i producenta, w której bądź to klient dostosowuje swoje potrzeby do terminów (okien czasowych) oferowanych przez producenta, bądź też producent dostosowuje swoje możliwości do potrzeb (terminowych zamówień) klienta. W tym kontekście przyszłe prace ukierunkowane są na opracowanie interaktywnej, implementowanej w systemach klasy DSS (*ang. Decision Support System*), metody planowania dystrybucji usług. Zakłada się, że metoda ta umożliwi rozwiązywanie problemów marszrutyzacji i harmonogramowania pracy zespołów serwisowych oraz rozwożących je pojazdów poprzez naprzemienne formułowanie i rozwiązywanie problemów analizy (zorientowanych na poszukiwanie odpowiedzi czy w danych ograniczeniach zasobowych można osiągnąć poszukiwaną wartość funkcji celu) oraz problemów syntezy (zorientowanych na poszukiwanie odpowiedzi na pytanie jakie zasoby gwarantują osiągnięcie zadanej wartości funkcji celu).

## LITERATURA

1. Abdalkareem Z.A., Amir A., Al-Betar M.A.: Healthcare scheduling in optimization context: a review. *Health Technol*, vol. 11, 2021, p. 445–469, doi: 10.1007/s12553-021-00547-5.
2. Akbari V., Sadati İ., Salman F.S.: Minimizing total weighted latency in home healthcare routing and scheduling with patient prioritization. *OR Spectrum*, vol. 45, 2023, p. 807–852, doi: 10.1007/s00291-023-00713-3.
3. Banaszak Z., Radzki G., Nielsen I., Frederiksen R., Bocewicz G.: Proactive Mission Planning of Unmanned Aerial Vehicle Fleets Used in Offshore Wind Farm Maintenance. *Appl. Sci.* vol. 13, 2023, 8449, doi: 10.3390/app13148449.
4. Barták R.: Effective Modeling with Constraints, Applications of Declarative Programming and Knowledge Management. 15th International Conference on Applications of Declarative Programming and Knowledge Management, INAP 2004, LNCS/LNAI, vol. 3392, 2005, p. 149-165, doi: 10.1007/11415763\_10.
5. Bazirha M., Kadrani A., Benmansour R.: Stochastic home health care routing and scheduling problem with multiple synchronized services. *Ann Oper Res*, vol. 320, 2023, p. 573–601, doi: 10.1007/s10479-021-04222-w.

6. Bocewicz G., *Declarative models of concurrent cyclic processes*, Springer, 2023, 178 p., <https://doi.org/10.1007/978-3-031-40552-5>.
7. Cengiz T.M. A fuzzy multi-criteria approach based on Clarke and Wright savings algorithm for vehicle routing problem in humanitarian aid distribution. *J Intell Manuf*, vol. 34, 2023, p. 2241–2261, doi: 10.1007/s10845-022-01917-0.
8. Doerner K.F., Gronalt M., Hartl R., Kiechle G., Reimann M.: Exact and heuristic algorithms for the vehicle routing problem with multiple interdependent time windows. *Computers & Operations Research*, vol. 35, 2008, p. 3034-3048, doi: 10.1016/j.cor.2007.02.012.
9. Fahland D., Lübke D., Mendling J., Reijers H.B., Weidlich M., Zugal S.: Declarative versus Imperative Process Modeling Languages: The Issue of Understandability. Springer-Verlag Berlin Heidelberg BPMDS 2009 and EMMSAD 2009, LNBIP, vol 29, 2009, p. 353-366.
10. Ghiasvand Ghiasi F., Yazdani M., Vahdani B., Kazemi A.: Multi-depot home health care routing and scheduling problem with multimodal transportation: Mathematical model and solution methods, *Scientia Iranica*, 2021, p. 1-41. doi: 10.24200/sci.2021.57338.5183.
11. Hedjazi D.: Scheduling a maintenance activity under skills constraints to minimize total weighted tardiness and late tasks. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, vol. 6, 2015, p. 135–144.
12. Hess C., Dragomir A.G., Doerner K.F.: Waste collection routing: a survey on problems and methods. *Cent Eur J Oper Res*, vol. 32, 2024, p. 399–434, doi: 10.1007/s10100-023-00892-y
13. Kordi G., Divsalar A., Emami S.: Multi-objective home health care routing: a variable neighborhood search method. *Optim Lett*, vol. 17, 2023, p. 2257–2298, doi: 10.1007/s11590-023-01993-y.
14. Molina J.C., Salmeron J.L., Eguia I., Racero J.: The heterogeneous vehicle routing problem with time windows and a limited number of resources, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 94, 2020, p. 103745, doi: 10.1016/j.engappai.2020.103745.
15. Mor A., Speranza M.G.: Vehicle routing problems over time: a survey. *Ann Oper Res*, vol. 314, 2022, p. 255–275, doi: 10.1007/s10479-021-04488-0.
16. Mothilaal K., Mohan R., Mahesh K., Poonkodi S.: Home Appliances Service Management, Special Issue of Second International Conference on Advancements in Research and Development (ICARD 2021), *International Research Journal on Advanced Science Hub (IRJASH)*, vol. 03, March 2021.
17. Pillac V., Gendreau M., Guéret Ch., Medaglia A.: A review of dynamic vehicle routing problems. *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 225, 2013, p. 1-11.
18. Savaşer S.K., Kara B.Y.: Mobile healthcare services in rural areas: an application with periodic location routing problem. *OR Spectrum*, vol. 44, 2022, p. 875–910, doi: 10.1007/s00291-022-00670-3
19. Szwarc E., Bocewicz G., Smutnicki C., Banaszak Z.: Preventive planning of Product-as-a-Service offers to maintain the availability of required service level. *Ann Oper Res*, 2024, doi: 10.1007/s10479-024-05820-0.