Maciej HOJDA
Politechnika Wrocławska

OPTYMALIZACJA PRZESUNIĘĆ CZASOWYCH W HARMONOGRAMACH PRZEJAZDÓW KOLEJOWYCH I ZAMKNIĘĆ TOROWYCH

Streszczenie. W artykule sformułowano i rozwiązano łączny problem reharmonogramowania grupy pociągów i planowania zamknięć wybranych torów. Przedstawione zadanie podejmowania decyzji dotyczy złożonej sieci przejazdów z wieloma równolegle realizowanymi zamknięciami. Optymalizacji podlega suma przesunięć czasowych w harmonogramie przejazdów. Zaproponowane algorytmy rozwiązania przebadano w oparciu o rzeczywiste rozkłady jazdy.

OPTIMIZATION OF TIME SHIFTS IN TRAIN TIMETABLES AND TRACK CLOSURE SCHEDULES

Summary. In the paper a joint problem of train rescheduling and track closure planning was formulated and solved. Presented decision making problem concernes a complex train run network with multiple concurrently executed closures. Total time shift in train timetables is subject to optimization. Proposed solution algorithms were tested with the use of real train schedules.

1. Wprowadzenie

Potrzeba modyfikacji harmonogramów przejazdów kolejowych pojawia się regularnie, a jej sprawne zaspokojenie jest niezbędne do zapewnienia ciągłości pracy linii kolejowych [3, 5]. Jedną z przyczyn zmiany harmonogramu, czyli reharmonogramowania, jest konieczność realizacji planowych i nieplanowych zamknięć wybranych torów sieci kolejowej, która prowadzi do znanego i dobrze opisanego problemu decyzyjnego [2, 3, 6–9]. Jest to problem złożony, najczęściej formułowany jako zadanie programowania całkowitoliczbowego lub mieszanego [8–10], a rozpatrywane w dziedzinie jego szczegółowe wersje różnią się znacząco, zależnie od stopnia złożoności rozpatrywanej struktury połączeń i typu uwzględnianych ograniczeń. Najbardziej interesujący, z praktycznego punktu widzenia, wydaje się być przypadek wielotorowych sieci z ograniczeniami na opóźnienia i przyśpieszenia przejazdów, przy ograniczonej pojemności torów i stacji. Uzasadniona jest też potrzeba uwzględnienia harmonogramu pierwotnego, podczas oceny jego zmodyfikowanej wersji. Przejawia się ona nie tylko specyficznymi ograniczeniami, ale także doborem kryterium jakości. Tym ostatnim, typowo, jest wydłużenie (lub przyśpieszenie) czasu jazdy pociągów [2, 7, 8]. Dodatkowe komplikacje pojawiają się w przypadku, gdy również zamknięcia torowe są przedmiotem podejmowania decyzji [1, 5].

W wcześniejszej pracy autora [4] zaproponowany został wieloetapowy system reharmonogramowania przejazdów i planowania zamknięć dla złożonego modelu wielotorowej sieci przejazdów. Kluczowym elementem wspomnianego systemu jest algorytm wyznaczania przesunięć czasowych w harmonogramach przejazdów i planach zamknięć. Zarówno jakość generowanych przez ów algorytm rozwiązań, jak i szybkość ich dostarczenia, bezpośrednio przekłada się na wydajność całego systemu. W [4] zastosowany został heurystyczny algorytm o wielomianowej złożoności obliczeniowej. W niniejszej publikacji przedstawione zostały dalsze prace nad zaproponowaną wcześniej metodą, w tym szybkie, zachłanne podejście do problemu doboru kolejności przejazdu pociągów.

Na pracę składa się pięć części: niniejsze wprowadzenie, sformułowanie problemu podejmowania decyzji, przedstawienie algorytmu rozwiązania, badania empiryczne i podsumowanie.

2. Sformułowanie problemu

Oznaczenia zostały przytoczone z [4] po nieznacznych modyfikacjach. Harmonogram, czyli trasa (przejazdów) pociągów razem z czasami przyjazdu i odjazdu, obowiązujący przed wprowadzeniem zamknięć, a którego modyfikacja jest przedmiotem podejmowania decyzji, dalej będzie nazywany harmonogramem pierwotnym.

Sieć połączeń jest opisana za pomocą grafu nieskierowanego $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$, gdzie $\mathbf{V} = \{0, 1, 2, \ldots, V\}$ to zbiór (indeksów) stacji kolejowych, których liczba to $V + 1$, zaś $\mathbf{E} \in \{\{v_1, v_2\} : v_1, v_2 \in \mathbf{V} \wedge v_1 \neq v_2\}$ to zbiór połączeń. Dodatkowo, przez $\mathbf{K}_{i,j} = \{1, 2, \ldots, K_{i,j}\}$ oznaczono zbiór indeksów torów na odcinku $i \leftrightarrow j$, gdzie $K_{i,j}$ to ich liczba. Wierzchołek o indeksie 0 reprezentuje sztuczną stację początkową i końcową każdego kursu, która została wprowadzona dla wygody zapisu.

Liczba (przejazdów) pociągów jest oznaczona jako P, a zbiór (indeksów) wszystkich pociągów to $\mathbf{P} = \{1, 2, \ldots, P\}$. Pierwszym elementem harmonogramu pierwotnego są trasy przejazdów $\rho_p : p \in \mathbf{P}$, gdzie $\rho_p = [\rho_p^{i,j,k}]_{i,j \in \mathbf{V}, k \in \mathbf{K}_{i,j}}$ to trasa p-tego pociągu, a $\rho_p^{i,j,k} = 1$ tylko, gdy pociąg przemieszcza się od wierzchołka i-tego do wierzchołka j-tego torem k-tym ($= 0$ w przeciwnym przypadku). Drugi element harmonogramu to czasy przyjazdów i odjazdów dla p-tego przejazdu i i-tego wierzchołka, kolejno $\underline{\tau}_{p,i}$ i $\overline{\tau}_{p,i}$ (w przypadku, gdy pociąg do wierzchołka nie dociera, te wielkości pozostają nieokreślone). O trasie pociągów zakładamy, że jest drogą złożoną z dokładnie jednego cyklu obejmującego wszystkie wierzchołki trasy, a przechodzącego przez wierzchołek 0. Dodatkowo, oznaczamy ciąg stacji w kolejności ich odwiedzania jako $\mathbf{\Psi}_p = [\psi_p^0, \psi_p^1, \ldots, \psi_p^{\Psi_p}, \psi_p^{\Psi_p+1}]$, gdzie $\psi_p^0 = \psi_p^{\Psi_p+1} = 0$, a Ψ_p to liczba odwiedzonych wierzchołków (z pominięciem wierzchołka 0). Oznaczmy również czasy przejazdu między stacjami jako $c_{p,i,j}$.

Liczba zamknięć jest oznaczona jako N, a zbiór (indeksów) wszystkich zamknięć to $\mathbf{N} = \{1, 2, \ldots, N\}$. Każde zamknięcie $n \in \mathbf{N}$ jest opisane zbiorem dwóch różnych wierzchołków $\sigma_n = \{\sigma_n^1, \sigma_n^2\}$ określających odcinek, na którym zaplanowano zamknięcie. Przez T_n oznaczono czas trwania zamknięcia, zaś przez $\underline{t}_n$ i $\overline{t}_n$ – najwcześniejszy i najpóźniejszy moment jego rozpoczęcia.

Zmienne decyzyjne to przesunięcia czasów odjazdu $\Delta\overline{\tau}_{p,i} : p \in \mathbf{P}, i \in \mathbf{V}$ w nowym rozkładzie oraz przesunięcia momentów rozpoczęcia zamknięć $\Delta t_n : n \in \mathbf{N}$. Dodatkowo założono, że wszystkie przejazdy i zamknięcia muszą zostać wykonane (rozpoczęte i zakończone) w obrębie ustalonego horyzontu czasowego $[0, T]$. Wszystkie zmienne i stałe liczbowe o interpretacji czasu mają dziedzinę rzeczywistą i należą do tego przedziału (chyba, że zostanie zaznaczone inaczej).

Na zmienne decyzyjne zostały nałożone następujące ograniczenia:
– czasy rozpoczęcia są zawarte w ustalonych przedziałach

$$\forall n \in \mathbf{N} \quad \underline{t}_n \leqslant \underline{t}_n + \Delta t_n \leqslant \bar{t}_n \tag{1}$$

– czasy wyjazdu i przyjazdu należą do horyzontu czasowego i następują w odpowiedniej kolejności

$$\forall p \in \mathbf{P}, i \in \{1, 2, \ldots, \Psi_p + 1\}$$
$$0 \leqslant \overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} \leqslant \overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + c_{p,\psi_p^{i-1},\psi_p^i} \leqslant T \tag{2}$$

– czasy postoju są ograniczone

$$\forall p \in \mathbf{P}, i \in \{1, 2, \ldots, \Psi_p\}$$
$$\tau_{\text{min},p,\psi_p^i} \leqslant \overline{\tau}_{p,\psi_p^i} + \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^i} - (\overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + c_{p,\psi_p^{i-1},\psi_p^i}) \leqslant \tau_{\text{max},p,\psi_p^i} \tag{3}$$

gdzie $\tau_{\text{min},p,i}$ to minimalny, a $\tau_{\text{max},p,i}$ to maksymalny czas postoju p-tego pociągu na i-tej stacji,
– opóźnienia i przyśpieszenia wyjazdów i przyjazdów są ograniczone

$$\forall p \in \mathbf{P}, i \in \{1, \ldots, \Psi_p\} \quad \underline{T}_{\text{DEP}}(p, \psi_p^i) \leqslant \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^i} \leqslant \overline{T}_{\text{DEP}}(p, \psi_p^i) \tag{4}$$

$$\forall p \in \mathbf{P}, i \in \{1, \ldots, \Psi_p\}$$
$$\underline{T}_{\text{ARR}}(p, \psi_p^i) \leqslant \overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^{i-1}} + c_{p,\psi_p^{i-1},\psi_p^i} \leqslant \overline{T}_{\text{ARR}}(p, \psi_p^i) \tag{5}$$

gdzie $\underline{T}_{\text{DEP}}(p, \psi_p^i), \overline{T}_{\text{DEP}}(p, \psi_p^i), \underline{T}_{\text{ARR}}(p, \psi_p^i), \overline{T}_{\text{ARR}}(p, \psi_p^i)$ to odpowiednio ograniczenia na minimalne i maksymalne przesunięcie czasu odjazdu oraz minimalne i maksymalne przesunięcie czasu przyjazdu. W szczególności, wartości te mogą być dobrane spoza przedziału $[0, T]$ aby zasygnalizować brak odpowiedniego ograniczenia.
– całkowite wydłużenie czasu jazdy pociągu jest ograniczone

$$\forall p \in \mathbf{P} \quad \Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^{\Psi_p}} - \Delta\overline{\tau}_{p,0} \leqslant \tilde{\tau}_{\text{max},p} \tag{6}$$

gdzie $\tilde{\tau}_{\text{max},p}$ to maksymalne wydłużenie czasu jazdy.
– pojemność stacji jest ograniczona

$$\forall p \in \mathbf{P}, i \in \mathbf{V}\backslash\{0\}$$
$$\sum_{j \in \mathbf{V}, k \in \mathbf{K}_{i,j}} \max\{\rho_p^{i,j,k}, \rho_p^{j,i,k}\} \sum_{q \in \tilde{\mathbf{P}}_{p,i}, l \in \mathbf{V}, m \in \mathbf{K}_{i,j}} \max\{\rho_p^{i,l,m}, \rho_p^{l,i,m}\} \leqslant \overline{c}_i \tag{7}$$

gdzie $\overline{c}_i$ to pojemność i-tej stacji, a $\tilde{\mathbf{P}}_{p,i}$ to zbiór pociągów przebywających na stacji i-tej w tym samym czasie, co pociąg p-ty

– pociągi nie kolidują ze sobą na żadnym odcinku trasy

$$\begin{aligned}&\forall p,q\in\mathbf{P},p\neq q,i,j\in\mathbf{V},k\in\mathbf{K}_{i,j}\\&\qquad\min\{\rho_p^{i,j,k}(\overline{\tau}_{p,i}+\Delta\overline{\tau}_{p,i}+c_{p,i,j})+\rho_p^{j,i,k}(\overline{\tau}_{p,j}+\Delta\overline{\tau}_{p,j}+c_{p,j,i}),\\&\qquad\rho_q^{i,j,k}(\overline{\tau}_{q,i}+\Delta\overline{\tau}_{q,i}+c_{q,i,j})+\rho_q^{j,i,k}(\overline{\tau}_{q,j}+\Delta\overline{\tau}_{q,j}+c_{q,j,i})\}\leqslant\\&\qquad\leqslant\max\{\rho_p^{i,j,k}(\overline{\tau}_{p,i}+\Delta\overline{\tau}_{p,i})+\rho_p^{j,i,k}(\overline{\tau}_{p,j}+\Delta\overline{\tau}_{p,j}),\\&\qquad\rho_q^{i,j,k}(\overline{\tau}_{q,i}+\Delta\overline{\tau}_{q,i})+\rho_q^{j,i,k}(\overline{\tau}_{q,j}+\Delta\overline{\tau}_{q,j})\}\end{aligned}\tag{8}$$

– pociągi nie kolidują z zamknięciami

$$\begin{aligned}&\forall p\in\mathbf{P},n\in\mathbf{N},i,j\in\mathbf{V},k\in\mathbf{K}_{i,j},i,j\in\sigma_n\\&\qquad\min\{\rho_p^{i,j,k}(\overline{\tau}_{p,i}+\Delta\overline{\tau}_{p,i}+c_{p,i,j}),\underline{t}_n+\Delta t_n+T_n\}\leqslant\\&\qquad\leqslant\max\{\rho_p^{i,j,k}(\overline{\tau}_{p,i}+\Delta\overline{\tau}_{p,i}),\underline{t}_n+\Delta t_n\}\end{aligned}\tag{9}$$

– zamknięcia nie kolidują ze sobą

$$\begin{aligned}&\forall n,m\mathbf{N},n\neq q,\sigma_n=\sigma_q\\&\qquad\min\{\underline{t}_n+\Delta t_n+T_n,\underline{t}_m+\Delta t_m+T_m\}\leqslant\max\{\underline{t}_n+\Delta t_n,\underline{t}_m+\Delta t_m\}.\end{aligned}\tag{10}$$

Wskaźnik jakości to suma wszystkich przesunięć czasów odjazdu w nowym rozkładzie jazdy w stosunku do harmonogramu pierwotnego.

$$Q=\sum_{p\in\mathbf{P},i\in\{0,1,\ldots,\Psi_p\}}|\Delta\overline{\tau}_{p,\psi_p^i}|.\tag{11}$$

3. Algorytmy rozwiązania

Algorytm rozwiązania zakłada podział przedstawionego w poprzednim rozdziale problemu podejmowania decyzji (zwanego dalej głównym) na trzy podproblemy: $P1$ – wyboru kolejności zamknięć i przejazdów na torach, $P2$ – wyboru kolejności wjazdu pociągów na stacje, a także $P3$ – wyznaczenia optymalnych przesunięć czasowych przy ustalonej kolejności. Uzasadnienie tak przeprowadzonej dekompozycji wynika ze spostrzeżenia, że ustalenie wyżej wymienionych kolejności redukuje główny problem do zadania programowania liniowego.

Podproblem $P1$ jest rozwiązywany dla każdego toru $(i,j,k): i,j\in\mathbf{V}\backslash\{0\},k\in\mathbf{K}_{i,j}$ niezależnie. Oznaczenia: $\mathbf{P}_{i,j,k}\subset\mathbf{P}$ to zbiór przejazdów o trasie, do której należy rozpatrywany tor, zaś $\mathbf{N}_{i,j,k}\subset\mathbf{N}$ to realizowane na nim zamknięcia. Niech $\omega^{i,j,k}=[\omega_o^{i,j,k}]_{o\in\{1,2,\ldots,|\mathbf{P}_{i,j,k}|+|\mathbf{N}_{i,j,k}|\}}$ będzie ciągiem indeksów przejazdów i zamknięć w kolejności ich realizacji, a $\phi^{i,j,k}=[\phi_o^{i,j,k}]_{o\in\{1,2,\ldots,|\mathbf{P}_{i,j,k}|+|\mathbf{N}_{i,j,k}|\}}$ będzie ciągiem binarnych wskaźników, gdzie $\phi_o^{i,j,k}=1$ jeśli $\omega_o^{i,j,k}$ wskazuje na przejazd ($=0$ w przeciwnym wypadku). Dodatkowo, przez $\underline{\chi}_p^{i,j}$ oznaczmy wierzchołek wjazdu p-tego pociągu na odcinek $i\leftrightarrow j$, a przez $\overline{\chi}_p^{i,j}$ oznaczmy wierzchołek wyjazdu. Ograniczenia są jak następuje:

$$\forall n\in\mathbf{N}_{i,j,k}\quad\underline{t}_n\leqslant\underline{t}_n+\Delta t_n\leqslant\overline{t}_n\tag{12}$$

$$\forall p\in\mathbf{P}_{i,j,k}\quad\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}}+\Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}}\geqslant 0\tag{13}$$

$$\forall p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + c_{p,\underline{\chi}_p^{i,j},\overline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant T \tag{14}$$

$$\forall p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \underline{T}_{\text{DEP}}(p, \underline{\chi}_p^{i,j}) \leqslant \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant \overline{T}_{\text{DEP}}(p, \underline{\chi}_p^{i,j}) \tag{15}$$

$$\forall p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \underline{T}_{\text{ARR}}(p, \overline{\chi}_p^{i,j}) \leqslant \overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + c_{p,\underline{\chi}_p^{i,j},\overline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant \overline{T}_{\text{ARR}}(p, \overline{\chi}_p^{i,j}) \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
&\forall o \in \{2, \ldots, |\mathbf{P}_{i,j,k}| + |\mathbf{N}_{i,j,k}|\}\\
&\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 1 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 1 \text{ to}\\
&\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + c_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}},\overline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} \leqslant \overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}}\\
&\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 1 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 0 \text{ to}\\
&\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + c_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}},\overline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} \leqslant \underline{t}_{\omega_o^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_o^{i,j,k}}\\
&\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 0 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 1 \text{ to}\\
&\underline{t}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + T_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} \leqslant \overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}}\\
&\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 0 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 0 \text{ to}\\
&\underline{t}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + T_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} \leqslant \underline{t}_{\omega_o^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_o^{i,j,k}}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Ograniczenia (12 - 17) są szczegółowymi wersjami ograniczeń problemu głównego, zawężonymi do pojedynczego odcinka trasy. Założenie kolejności pociągów i zamknięć, czyli ustalenie wartości zmiennych $\omega^{i,j,k}$ oraz $\phi^{i,j,k}$, pozwala na znaczne uproszczenie ograniczeń (8 - 10). Otrzymane w rezultacie ograniczenie (17) jest liniowe względem zmiennych Δt_n i $\Delta\overline{\tau}_{p,i}$. W podproblemie optymalizowane jest kryterium o postaci

$$Q_1^{i,j,k} = \sum_{\forall p \in \mathbf{P}_{i,j,k}} |\Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}}| \tag{18}$$

i interpretacji całkowitego przesunięcia rozkładu pociągów na rozpatrywanym torze.

Podproblem $P2$ jest rozwiązywany dla każdej stacji $r \in \mathbf{V}\backslash\{0\}$ niezależnie. Oznaczenia: $\mathbf{E}_r = \{(i,j,k) : i,j \in \mathbf{V}, k \in \mathbf{K}_{i,j}, i = r \wedge i = j\}$ to zbiór torów sąsiadujących z r-tym wierzchołkiem, $\mathbf{P}_r \subset \mathbf{P}$ to zbiór przejazdów o trasie, do której należy rozpatrywany tor, zaś $\mathbf{N}_r$ to zbiór zamknięć na torach ze zbioru $\mathbf{E}_r$. Niech $\lambda^r = [\lambda_o^r]_{o \in \{1,2,\ldots,\mathbf{P}_i\}}$ będzie ciągiem indeksów przejazdów w kolejności ich wjazdu na stację. Dodatkowo, przez $\tilde{\chi}_p^r$ oznaczmy stację poprzedzającą r-tą dla przejazdu p-tego. Problem jest formułowany przy ustalonych kolejnościach na torach, czyli przy ustalonych wartościach zmiennych $\omega^{i,j,k}$ i $\phi^{i,j,k}$.

Ograniczenia są jak następuje:

$$\forall n \in \mathbf{N}_r \quad \underline{t}_n \leqslant \underline{t}_n + \Delta t_n \leqslant \overline{t}_n \tag{19}$$

$$\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} \geqslant 0 \tag{20}$$

$$\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + c_{p,\underline{\chi}_p^{i,j},\overline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant T \tag{21}$$

$$\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k} \quad \underline{T}_{\text{DEP}}(p, \underline{\chi}_p^{i,j}) \leqslant \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant \overline{T}_{\text{DEP}}(p, \underline{\chi}_p^{i,j}) \tag{22}$$

$$\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k}$$

$$\underline{T}_{\text{ARR}}(p, \overline{\chi}_p^{i,j}) \leqslant \overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + \Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}} + c_{p,\underline{\chi}_p^{i,j},\overline{\chi}_p^{i,j}} \leqslant \overline{T}_{\text{ARR}}(p, \overline{\chi}_p^{i,j}) \tag{23}$$

$$\begin{array}{l}
\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, \forall o \in \{2, \ldots, |\mathbf{P}_{i,j,k}| + |\mathbf{N}_{i,j,k}|\} \\
\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 1 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 1 \text{ to} \\
\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + c_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}},\overline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} \leqslant \overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} \\
\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 1 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 0 \text{ to} \\
\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} + c_{\omega_{o-1}^{i,j,k},\underline{\chi}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}},\overline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}}} \leqslant \underline{t}_{\omega_o^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_o^{i,j,k}} \\
\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 0 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 1 \text{ to} \\
\underline{t}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + T_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} \leqslant \overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} + \Delta\overline{\tau}_{\omega_o^{i,j,k},\underline{\chi}^{i,j,k}_{\omega_o^{i,j,k}}} \\
\text{jeśli } \phi_{o-1}^{i,j,k} = 0 \wedge \phi_o^{i,j,k} = 0 \text{ to} \\
\underline{t}_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} + T_{\omega_{o-1}^{i,j,k}} \leqslant \underline{t}_{\omega_o^{i,j,k}} + \Delta t_{\omega_o^{i,j,k}}
\end{array} \tag{24}$$

$$\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k}$$

$$\tau_{\text{min},p,r} \leqslant \overline{\tau}_{p,r} + \Delta\overline{\tau}_{p,r} - (\overline{\tau}_{p,\tilde{\chi}_p^r} + \Delta\overline{\tau}_{p,\tilde{\chi}_p^r} + c_{p,\tilde{\chi}_p^r,r}) \leqslant \tau_{\text{max},p,r} \tag{25}$$

$$\forall o \in \{1 + c_r, \ldots, |\mathbf{P}_r|\} \quad \overline{\tau}_{\lambda_{o-c_r}^r,r} + \Delta\overline{\tau}_{\lambda_{o-c_r}^r,r} \leqslant \overline{\tau}_{\lambda_o^r,\tilde{\chi}_{\lambda_o^r}^r} + \Delta\overline{\tau}_{\lambda_o^r,\tilde{\chi}_{\lambda_o^r}^r} + c_{p,\tilde{\chi}_{\lambda_o^r}^r,r}. \tag{26}$$

Ograniczenia (19 - 24) są analogiczne do ograniczeń podproblemu pierwszego, ograniczenie (25) dotyczy czasów postoju, zaś (26) dotyczy pojemności rozpatrywanej stacji. W podproblemie wykorzystywane jest kryterium cząstkowe o postaci

$$Q_2^r = \sum_{\forall (i,j,k) \in \mathbf{E}_r, p \in \mathbf{P}_{i,j,k}} |\Delta\overline{\tau}_{p,\underline{\chi}_p^{i,j}}|, \tag{27}$$

które można zinterpretować jako całkowite przesunięcie rozkładu pociągów na zadanej stacji.

Ostatni podproblem $P3$ to zadanie wyznaczenia optymalnych przesunięć czasowych dla całej sieci łącznie. Zadanie to jest formułowane przy ustalonych wartościach zmiennych $\omega^{i,j,k}$, $\phi^{i,j,k}$, λ^r uzyskiwanych z rozwiązania poprzednich podproblemów. Ograniczenia dla podproblemu: ograniczenia (12 - 17) powtórzone dla wszystkich torów, ograniczenia (25) i (26) powtórzone dla wszystkich wierzchołków oraz ograniczenie dotyczące całkowitego czasu jazdy, czyli (6). Kryterium dla podproblemu jest Q.

Do rozwiązania podproblemów $P1$ i $P2$ wykorzystano algorytmy $A1$ i $A2$ (na schematach) oraz ich uproszczone wersje $A1u$ i $A2u$. Specyfika $A1u$ i $A2u$ polega na przeprowadzeniu wstępnego sortowania przejazdów i zamknięć względem czasu trwania (nierosnąco). W tak ustalonej kolejności są one dodawane do ciągów $\phi^{i,j,k}$, $\omega^{i,j,k}$, λ^r. Podproblem $P3$ jest rozwiązywany metodami programowania liniowego.

Przedstawione algorytmy $A1$, $A2$, $A1u$, $A2u$ są heurystyczne i wielomianowe o złożonościach, kolejno $O(n^2L(n))$, $O(m^2L(m))$, $O(nL(n))$, $O(mL(m))$, gdzie $n = |\mathbf{P}_{i,j,k}||\mathbf{N}_{i,j,k}|$, $m = |\mathbf{P}_r|$, zaś $L(.)$ to złożoność algorytmu rozwiązującego liniowy problem wyznaczenia przesunięć czasowych przy ustalonej kolejności zamknięć i przejazdów. Algorytmy $A1$ i $A2$, wraz z metodą programowania liniowego wykorzystaną do rozwiązania problemu $P3$ składają się na algorytm podstawowy AP. Wersje uproszczone $A1u$ i $A2u$ wchodzą w skład algorytmu AU.

Algorytm 1 A1

Dane: $\mathbf{P}_{i,j,k}, \mathbf{N}_{i,j,k}, \phi^{i,j,k} \leftarrow (), \omega^{i,j,k} \leftarrow ()$
Dopóki $\mathbf{P}_{i,j,k} \neq \emptyset \vee \mathbf{N}_{i,j,k} \neq \emptyset$ **powtarzaj**
Ze wszystkich przejazdów i zamknięć ze zbiorów $\mathbf{P}_{i,j,k}, \mathbf{N}_{i,j,k}$
oraz wszystkich pozycji w ciągu $\phi^{i,j,k}$ *wybierz takie, które minimalizują* Q_1.
Wybrany przejazd/zamknięcie dodaj do ciągów $\phi^{i,j,k}, \omega^{i,j,k}$ *i usuń go/je ze zbiorów* $\mathbf{P}_{i,j,k}, \mathbf{N}_{i,j,k}$.

Algorytm 2 A2

Dane: $\mathbf{P}_r, \lambda^r \leftarrow ()$
Dopóki $\mathbf{P}_r \neq \emptyset$ **powtarzaj**
Ze wszystkich zamknięć ze zbioru $\mathbf{P}_r$
oraz wszystkich pozycji w ciągu λ^r *wybierz takie, które minimalizują* Q_2.
Wybrany przejazd dodaj do ciągu λ^r *i usuń go ze zbioru* $\mathbf{P}_r$.

3.1. Przykład obliczeniowy

Dla lepszego zilustrowania przedstawionego problemu i zaproponowanych algorytmów rozwiązania, sformułowano i rozwiązano prosty przykład obliczeniowy. Dane problemu przyjęto jak następuje: $V = 4$, $\mathbf{E} = \{\{0,1\},\{1,2\},\{2,3\},\{3,4\},\{4,0\}\}$, $K_{i,j} = 1 : \{i,j\} \in \mathbf{E}$, $P = 2$, $N = 1$. Rozpatrzono jeden krótki i jeden długi przejazd $\mathbf{\Psi}_1 = (0,1,2,3,4,0)$, $\mathbf{\Psi}_2 = (0,1,2,0)$ przy czasach $\overline{\tau}_{1,i} = [30,30,60,90,120]$, $\underline{\tau}_{1,i} = [120,30,55,85,115]$, oraz $\overline{\tau}_{2,i} = [0,0,30,0,0]$, $\underline{\tau}_{2,i} = [30,0,25,0,0]$. Przejazdy między sąsiednimi wierzchołkami trwają $c_{p,i,j} = 25$. Minimalne czasy postoju dobrano następująco $\tau_{\min,p,\psi_p^i} = 5 : p \in \mathbf{P}, i \in \{2,3,4\}$, $\tau_{\min,p,\psi_p^i} = 0 : p \in \mathbf{P}, i \in \{0,1\}$. Pominięto pozostałe ograniczenia dotyczące przejazdów. Do realizacji wybrano krótkie zamknięcie o parametrach $\underline{t}_1 = \overline{t}_1 = 0$, $T_1 = 30$, $\sigma_1 = \{1,2\}$. Rozpatrzono horyzont czasowy $[0,300]$.

Optymalne rozwiązanie problemu jest uzyskiwane przy kolejności przejazdów i zamknięć na odcinku $1 \leftrightarrow 2$ jak następuje: $\omega^{1,2,1} = [1,1,2]$, $\phi^{1,2,1} = [0,1,1]$. Przesunięcia czasowe przejazdów to $\Delta\tau_{1,i} = [0,0,0,0,0]$, $\Delta\tau_{2,i} = [0,55,55,0,0]$. W konsekwencji, wartość kryterium to $Q = 110$. Zastosowanie dowolnego z algorytmów AP lub AU prowadzi do rozwiązania dopuszczalnego o kolejności przejazdów i zamknięć: $\omega^{1,2,1} = [1,2,1]$, $\phi^{1,2,1} = [0,1,1]$ i przesunięciach czasowych $\Delta\tau_{1,i} = [0,25,25,25,25]$, $\Delta\tau_{2,i} = [0,30,30,0,0]$. Dla tak uzyskanego rozwiązania, wartości kryterium jakości wynosi $Q = 160$.

4. Badania empiryczne

Celem badań jest porównanie czasu działania obu algorytmów rozwiązania przedstawionych w poprzednim rozdziale. Badania zostały przeprowadzone w oparciu o sieć przejazdów rejonu Kielce o rozmiarze 48 stacji i 95 kursów. Badania zostały przeprowadzone dla trzech sytuacji: bez zamknięć torowych, z jednym zamknięciem i z dwoma zamknięciami. Parametry zamknięć to $\underline{t}_n = \overline{t}_n = 300[min]$, $T_n = 900[min]$. W każdym przypadku rozpatrywano $|\mathbf{P}| \in \{5,10,15,20,25,30\}$ kursów wybranych z posiadanego zestawu. Pojemności stacji ustalono na $c_i = 10$, a ograniczenia na maksymalny czas postoju i czasy odjazdu/przyjazdu zostały pominięte. Do rozwiązania problemów programowania liniowego wykorzystano solver *lp_solve* w wersji 5.5. Rezultaty badań przestawiono w Tabeli 1. Czas działania algorytmów AP i AU oznaczono przez C_P^n i C_U^n, gdzie $n \in \{0, 1, 2\}$ to liczba zamknięć. Dla wartości kryterium wprowadzono analogiczne oznaczenie Q^n.

Tabela 1

Czas działania [sekundy] i wartość kryterium [minuty]

$\|\mathbf{P}\|$	Q^0	C_P^0	C_U^0	Q^1	C_P^1	C_U^1	Q^2	C_P^2	C_U^2
5	0	1	1	583	1	1	1195	1	1
10	0	11	3	2326	12	3	4702	12	3
15	2	46	9	3346	48	9	6782	49	9
20	16	131	20	4469	134	21	9126	132	20
25	21	215	29	4474	221	31	9142	221	31
30	22	291	41	4475	300	42	9143	304	42

Przedstawione rezultaty wykazują znaczącą poprawę szybkości rozwiązywania postawionego problemu głównego przy zastosowaniu uproszczonych wersji prezentowanych algorytmów. W ramach przeprowadzonych badań nie odnotowano różnic w jakości rozwiązania między podstawowymi i prostymi wersjami algorytmów.

5. Podsumowanie

W pracy rozpatrzono dwie grupy algorytmów rozwiązania problemu wyznaczania przesunięć czasowych w harmonogramach przejazdów kolejowych i planach zamknięć. Zaprezentowane zostały uproszczony wersje algorytmów rozwiązujących postawione cząstkowe problemy decyzyjne. Ich wykorzystanie umożliwiło osiągnięcie poprawy całkowitego czasu działania algorytmu rozwiązania. W konsekwencji, zaproponowany w [4] system podejmowania decyzji, korzystający z uproszczonych wersji algorytmów, będzie w stanie rozwiązywać problemy o większym rozmiarze.

LITERATURA

1. Albrecht A.R., Panton D.M., Lee D.H.,: Rescheduling rail networks with maintenance disruptions using problem space search, Computers & Operations Research, Elsevier, 40(3), (2013), p. 703-712.
2. Brannlund, U., Lindberg, P.O., Nou, A., Nilsson, J.-E.: Railway timetabling using Lagrangian relaxation, Transportation Science, 32(4), (1998), p. 358–369.
3. Cacchiani, V., Huisman, D., Kidd, M., Kroon, L., Toth, P., Veelentruf, L., Wagenaar, J.: Anoverview of recovery models and algorithms for real-time railway rescheduling, Transp. Res. Part B Methodol., 63, (2014), p. 15-37.
4. Filcek G., Gąsior D., Hojda M., Józefczyk J.: Joint Train Rescheduling and Track Closures Planning: Model and Solution Algorithm, Information Systems Architec-

ture and Technology: Proceedings of 36th ISAT, Part I, Springer International Publishing, (2016), p. 215-225.

5. Fokkert, J., Hertog, D., Berg, F., Verhoeven, J.: The Netherlands schedules track maintenance to improve track workers' safety, Interfaces, 37(2), (2007), p. 133–142.
6. Lid, T.: Survey of railway maintenance activities from a planning perspective and literature review concerning the use of mathematical algorithms for solving such planning and scheduling problems, Technical report, Linköpings universitet, (2014).
7. Niu, H., Zhou, X.: Optimizing urban rail timetable under time-dependent demand and oversaturated conditions, Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 36, (2013), p. 212-230.
8. Schobel A.: Capacity constraints in delay management, Journal of Public Transport, 1, (2009), p. 135-154.
9. Tornquist, J., Persson, J.: N-tracked railway traffic rescheduling during disturbances. Transp. Res. Part B, 41, (2007), p. 342–362.
10. Tornquist, J., Persson, J.: Train traffic deviation handling using Tabu Search and Simulated Annealing. In: Proceedings of 38th Hawaii International Conference on System Sciences, IEEE, (2005), p. 73a.