

Grzegorz BOCEWICZ¹, Zbigniew BANASZAK², Robert WÓJCIK³

^{1,2} Politechnika Koszalińska

³ Politechnika Wroclawska

REDUKCJA KONGESTII W SIECIACH TRANSPORTOWYCH O STRUKTURZE FRAKTALNEJ

Streszczenie. Sieci transportowe systemów transportowych (ST) obejmują różne rodzaje środków np. pojazdów, pociągów, wagonów, kontenerów, pakietów materiałów, transportowych tworzących potok ruchu w systemie. Przyjmując, że struktura sieci ST determinuje jego zachowanie, celem pracy jest opracowanie modelu deklaratywnego umożliwiającego analizę związków łączących strukturę ST z jego potencjalnym zachowaniem. Rozważany problem sprowadza się do wyznaczenia warunków wystarczających (ograniczeń modelu deklaratywnego), spełnienie których gwarantuje płynną realizację potoków ruchu w sieci transportowej o strukturze fraktalnej. Proponowane podejście, zakładające fraktalną strukturę sieci umożliwia szybkie, w czasie wielomianowym, wariantowanie alternatywnych marszrut transportowych. Załączony przykład ilustruje ilościowe i jakościowe związki łączące charakterystyki morfologiczne rozważanych struktur ST z parametrami funkcjonalnymi realizowanymi w nich procesów transportowych.

CONGESTION PREVENTION IN FRACTAL-LIKE TRANSPORTATION NETWORKS

Summary. The behavior of a Material Transportation System (MTS) encompassing movement of various transport modes has to be admissible, i.e. congestion-free, as to guarantee deadlock-free flows of different concurrently transported goods. Assuming a fractal-like structure of MTS the following questions occur: what kind of MTS structure can guarantee a given behavior, and what admissible behavior can be reachable in a given MTS structure? Their formulation within the framework of fractal-like structures enables, however, to get a significant reduction on the size. Such structures enable to evaluate admissible routings and schedules in a polynomial time. Assuming transport operations are executed by transportation means arranged in a streaming closed-loops network where potential conflicts are resolved by priority dispatching rules assigned to shared resources the main problem boils down to the searching for sufficient conditions guaranteeing MTS cyclic steady state behavior. Multiple graphically illustrated examples explain the approach proposed.

1. Wprowadzenie

Systemy transportowe (ST) i realizowane w nich procesy przemieszczania ładunków, ludzi, towarów, energii, środków pieniężnych, danych itp. z miejsc ich nadania do miejsc odbioru decydują o konkurencyjności wykorzystujących je firm i instytucji. Powszechnie przyjmowane określenie systemu pozwala wyróżnić w nim, bez względu na jego naturę i charakter: strukturę (wchodzących w jego skład podsystemów i łączących je relacji) oraz zachowanie determinujące reakcje systemu na zmiany (oczekiwania) otoczenia. Oznacza to, że w rozważanej klasie ST również można wyróżnić ww. kategorie: sieci transportowej i przemieszczających się w niej środków transportowych (pojazdów, wagonów, kontenerów, pakietów, przekazów itp.) tworzących potoki ruchu oraz procesów transportowych realizujących przemieszczanie się obiektów (towarów i/lub pasażerów) z miejsc ich nadania do miejsc odbioru. Celem działania tak rozumianego ST jest przemieszczanie osób i/lub ładunków (z wyjątkiem obiektów będących przedmiotem transportu) [5].

W przedstawionym ujęciu rozważane są zwykle następujące, odpowiadające poniższym pytaniom, problemy analizy i syntezy ST: Czy w arbitralnie zadanej strukturze sieci transportowej ST mogą być realizowane procesy transportowe spełniające oczekiwania ich użytkowników? Czy istnieje struktura sieci ST gwarantująca realizację procesów transportowych spełniających zadane oczekiwania ich użytkowników? Rozróżnienie ww. klas problemów zakłada, że tak jak każda struktura systemu determinuje jego dopuszczalne zachowanie, tak dane zachowanie systemu może być determinowane przez różne jego struktury. Elementami warunkującym rozwiązanie tych problemów są relacje występujące pomiędzy wybranymi, strukturalnymi i funkcjonalnymi parametrami systemu. Oznacza to, że w deklaracyjnych modelach problemów analizy i syntezy występować powinny zarówno zmienne decyzyjne, specyfikujące topologię sieci transportowych, wykorzystujący ją tabor pojazdów, występujące w niej stacje i przystanki załadunkowo/rozładunkowe, jak i marszruty transportowe przemieszczanych obiektów oraz harmonogramy ich realizacji. Ograniczenia łączące zmienne decyzyjne występujące w tego typu modelach pozwalają formułować, odpowiednio dedykowane, problemy spełnienia ograniczeń [2]; łatwo implementowane w językach programowania z ograniczeniami typu OzMozart, ILOG, ECL¹PS^e [2, 9, 14].

W przedstawionym wyżej kontekście, klasa analizowanych ST ogranicza się do struktur sieciowych o regularnej, rekurencyjnej morfologii, typowej dla topologii drzewiastych lub siatkowych (kratowych) typu mesh (rys. 1 a)), generowanych przez reguły tworzące struktury fraktalne (rys. 1c). Topologie tej kategorii, obejmujące systemy komunikacji miejskiej, stanowią przedmiot wielu intensywnie prowadzonych badań [1, 7, 8, 13]. Większość z nich, ogranicza się w praktyce, bądź to do identyfikacji schematu fraktalnego analizowanej sieci transportowej, bądź też do szacowania jakościowych ocen łączących rozprzestrzenianie się zidentyfikowanego schematu (reguły propagacji) z zaspokajaniem potrzeb zurbanizowanych infrastruktur komunikacyjnych. Dla potrzeb dalszych rozważań, przyjmuje się, że ST obejmuje wszystkie możliwe gałęzie i technologie przewozów, m.in. środki transportu kołowego, szynowego (naziemnego i podziemnego), np. autobusy, linie metra, itp..



Rys. 1. Struktury komunikacyjne o topologii a): kratowej typu mesh [20], b): fraktalnej o strukturze drzewiastej – biały kształt na czarnym tle oznacza mapę tras komunikacyjnych, czarne krawędzie na białym tle obrazują model grafowy mapy tras [7] [22] b) i c)

Oznacza to, że procesy transportowe związane z przemieszczaniem się obiektów mają charakter multimodalny. Warto zauważyć, że różne typy środków transportowych (autobusy, tramwaje, kolejki podmiejskie, linie metra) tworzące potoki ruchu w ST realizują swoje funkcje zgodnie z zadanymi rozkładami jazdy przemieszczając się wzdłuż zadanej, tworzącej zamkniętą pętlę, trasy przejazdu. Uwaga ta implikuje kolejne założenie, ograniczające jednoczesny dostęp różnych środków transportu do stacji przesiadkowych (przeładunkowych) występujących na tych samych trasach przewozu. Ograniczenie to zakłada, że dostęp alternatywnych środków transportu do współdzielonych stacji i/lub przystanków regulowany jest poprzez przypisanie do nich reguły wyboru priorytetu stanowiące odpowiednio dedykowane implementacje protokołu wzajemnego wykluczenia.

Nawiązując do stosowanej terminologii, według której przez transport multimodalny rozumiany jest przewóz ładunków przy użyciu różnych alternatywnych środków transportu na tej samej trasie przewozu, podczas którego towar może być przeładowywany do innej jednostki przy zmianie środka przewozu [12, 16], w pracach [2, 5] wprowadzono pojęcie multimodalnego procesu transportowego (MPT). Zgodnie z tą definicją realizacja MPT wiąże się z przemieszczaniem obiektów przy wykorzystaniu różnych środków transportu w jednym zintegrowanym łańcuchu przewozowym na danej trasie. Przykładami MPT są procesy związane z codziennym

dojazdem do pracy (autobus – tramwaj – metro), serwisem poczty kurierskiej (np. DHL) itp. Oznacza to, że cechą charakterystyczną procesów multimodalnych jest to, że ich marszruty transportowe składają się z fragmentów lokalnych, tzn. realizowanych przez jeden typ środka transportowego, procesów transportowych, a obiekty przemieszczane w trakcie nich wykonywania wykorzystują odpowiednie, lokalne środki transportu. Cechę tę dobrze ilustruje przykład pasażera korzystającego z metra, który w trakcie swojej podróży wielokrotnie zmienia jego linie, tzn. przesiada się z jednej linii na drugą zgodnie z zaplanowaną marszrutą planu podróży.

Dla przyjętych założeń, rozważane w pracy problemy obejmują analizę, a dokładniej mówiąc problem osiągalności (gdzie w systemie o danej strukturze poszukiwane jest jego określone zachowanie) oraz problem syntezy (podejmujący zagadnienie istnienia struktury systemu gwarantującej jego pożądane zachowanie). Pierwszy z nich, problem analizy ST sprowadza się do problemów marszrutowania i harmonogramowania MPT realizowanych w sieciach transportowych o zadanej strukturze fraktalnej. W jego sformułowaniu przyjmuje się, że znana jest topologia sieci, znane są marszruty i parametry specyfikujące środki transportu lokalnego, reguły priorytetowania regulujące dostęp do współdzielonych stacji lub przystanków, znane są również początkowe i końcowe punkty alternatywnych marszrut MPT. Poszukiwane są warianty marszrut gwarantujące czasy dostaw nie przekraczające z góry zadanego terminu.

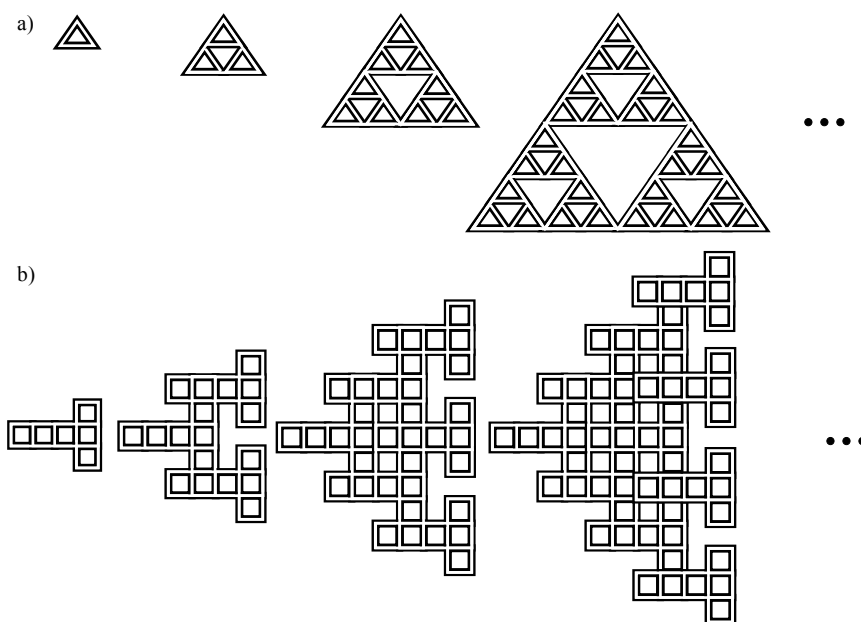
W problemie syntezy ST, z kolei, przyjmując, że znana jest topologia sieci transportowej, znane są marszruty i parametry specyfikujące środki transportu lokalnego, poszukiwane są reguły priorytetowania regulujące dostęp do współdzielonych stacji lub przystanków, które gwarantują zadaną, terminową realizację MPT.

Wymienione wyżej problemy należą do klasy problemów trudnych obliczeniowo. Przyjęte założenia upraszczające umożliwią szybkie, w czasie wielomianowym, wariantowanie rozwiązań dopuszczalnych. Przedstawione studia i uzyskane w ich toku wyniki stanowią kontynuacje wcześniejszych badań zebranych w [2, 3, 4, 5, 6].

2. Model referencyjny sieci transportowej o strukturze fraktalnej

Struktury zintegrowanych, drogowych i szynowych (linie tramwajowe, linie metra, kolei podmiejskiej i dalekobieżnej) sieci transportowych składających się na infrastrukturę regionów zurbanizowanych odpowiadają na ich potrzeby decydując o ich przyszłym rozwoju. Wiele, spośród ostatnio prowadzonych badań [8, 11, 15, 17] zwraca uwagę na fakt, że rozwój aglomeracji miejskich, a w szczególności morfologia regionów zurbanizowanych, podlega prawom rekurencji, modele których oddają struktury fraktalne. Konsekwencje tego faktu mogą być wykorzystane, zarówno w prognozowaniu potrzeb związanych z rozbudową istniejącej infrastruktury komunikacyjnej, jak i planowaniu nowych przemysłowych i/lub zurbanizowanych aglomeracji. Łatwo zauważyć, że tak jak rozwój technologii odciska swoje piętno na strukturze sieci komunikacyjnych (rozwój motoryzacji pozwolił przejść do struktur regularnych typu mesh, widocznych np. w zabudowie Manhattanu, rys. 1 a), i struktur drzewiastych, widocznych w zabudowie stolicy Brazylii Brasilia [21]. Podobnie

wybór topologii struktur transportowych (zależnej m.in. od morfologii związanego z nią terenu) znajduje swój wyraz w organizacji i jakości komunikacji miejskiej oraz efektywności transportu towarów.

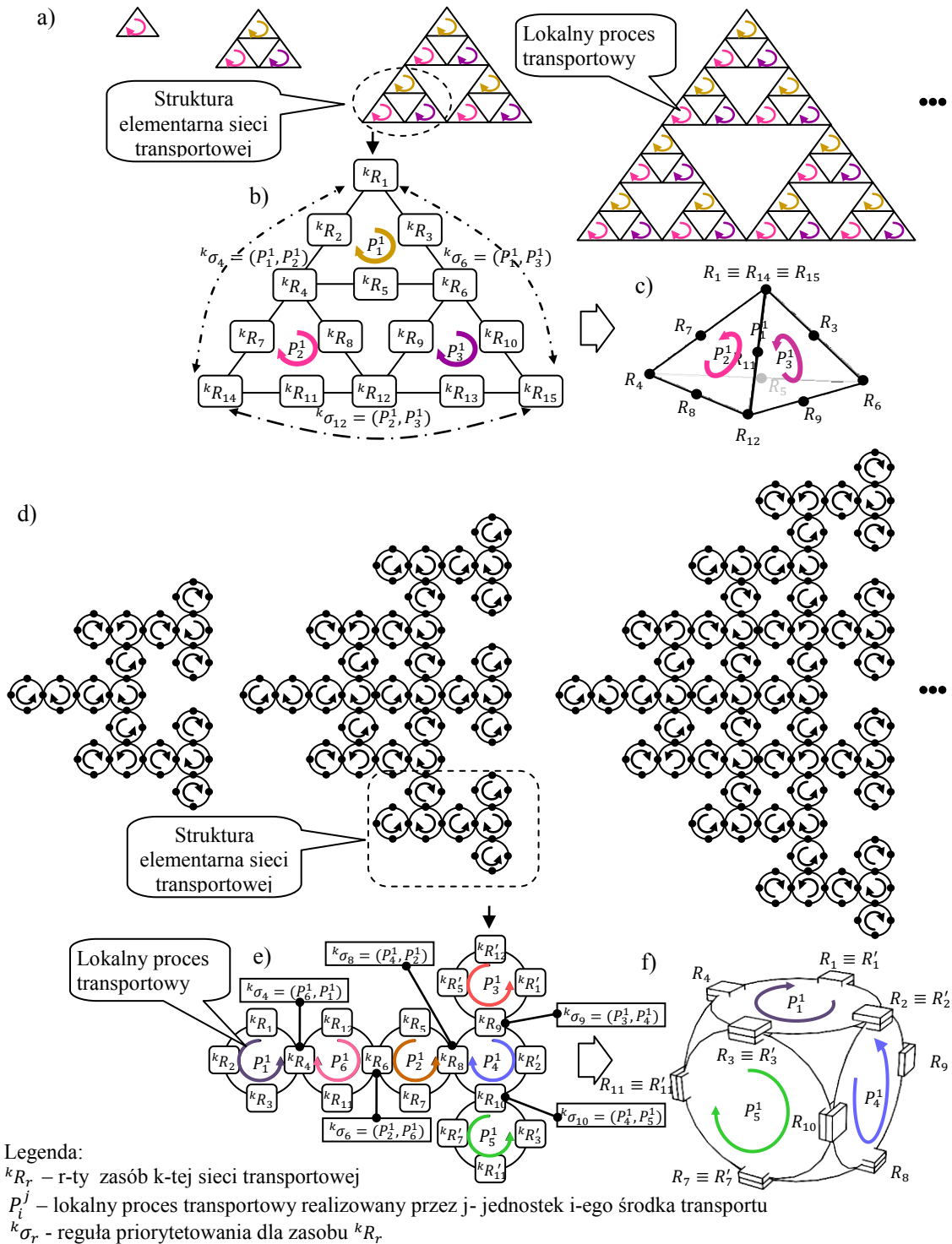


Rys. 2. Przykłady tras jezdnych w sieci transportowych o strukturze fraktalnej:
a): generowanej kształtem Δ , b): generowanej kształtem Γ .

Celem określenia związków łączących strukturę sieci transportowych i przemieszczających się w niej środków transportu z MPT determinującymi trasy przewożonych obiektów rozważmy model referencyjny ST integrujący modele: sieci transportowej (tras jezdnych) ST, model lokalnych procesów transportowych oraz model MPT.

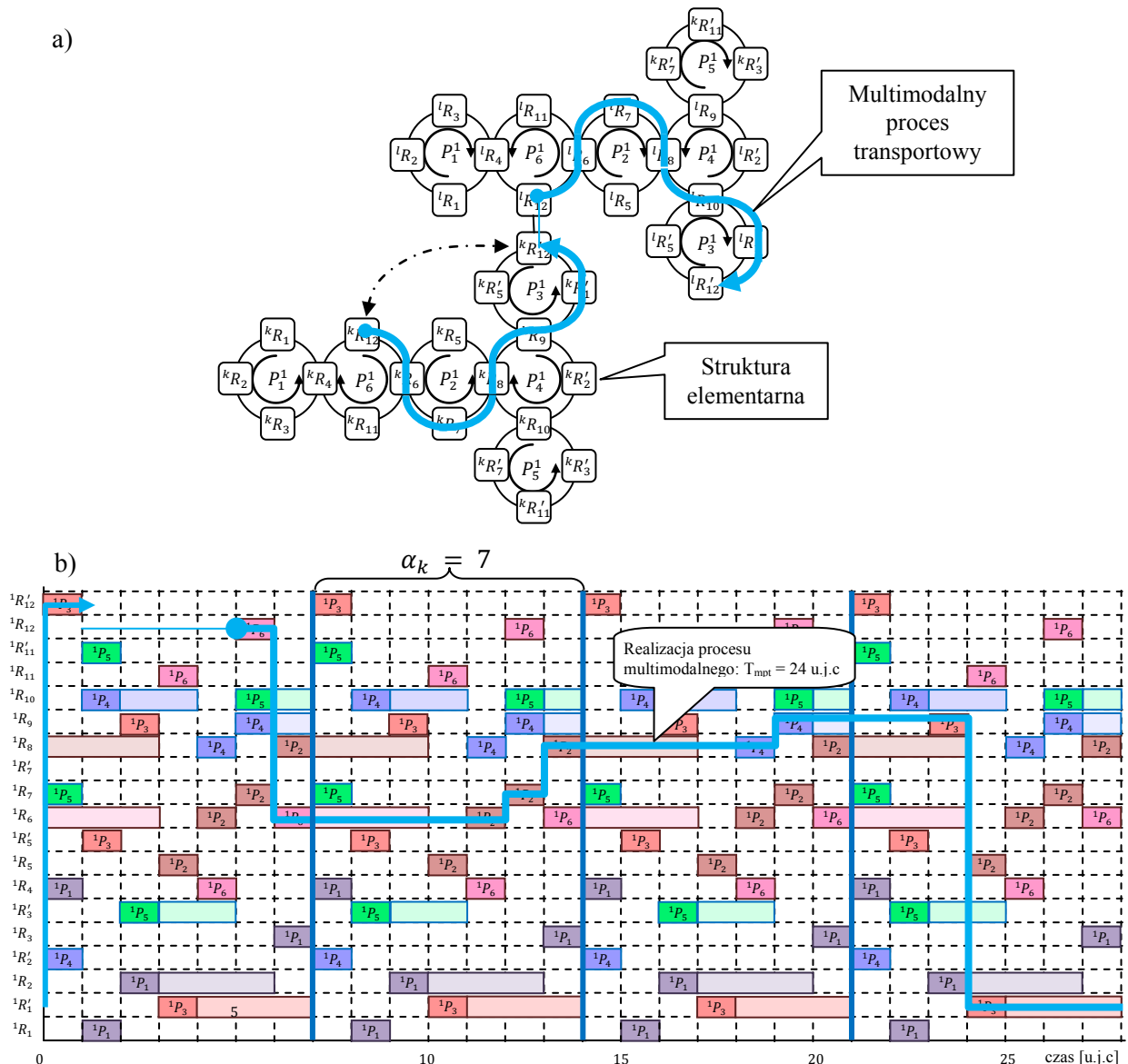
Dla ustalenia uwagi, rozważmy dwa rodzaje sieci transportowych o strukturach fraktalnych jak na rysunku 2. Modele teoriografowe tych struktur przedstawia rysunek 3, wyróżniający wierzchołki (modelujące zasoby sieci, tzn. stacje i przystanki oraz współdzielone odcinki tras jezdnych i krawędzie (rys. 3a i rys. 3d)).

Zasoby sieci oznaczane są symbolem ${}^k R_r$, oznaczającym r -ty zasób k -tej elementarnej sieci transportowej. Lokalne procesy transportowe oznaczane są przez etykietowane łuki, zwroty których oznaczają kierunek lokalnego przepływu ruchu (środków transportu); przykładowo łuk oznaczony etykietą P_i^j oznacza, że rozważany przepływ ruchu, w lokalnym procesie transportowym, tworzy „ j ” jednostek i -ego środka transportu (rys. 3b, rys. 3e).



Rys. 3. Modele teoriografowe struktur fraktalnych odpowiadających schematowi tras jezdnych z rysunku 2a) i rysunku 2b) przedstawione są odpowiednio w części a) i części d); „rozwinięte” postaci struktur elementarnych w części b) i części e), „zwinęte” postaci struktur elementarnych w części c) i części f).

Modele marszrut MPT, przedstawiające sekwencje zasobów pomiędzy, którymi przemieszczane są transportowane obiekty, wyróżniane są graficznie pogrubionymi symbolami węzłów i łuków (rys. 4a).



Rys. 4. Ilustracja przykładowego MTP realizowanego w sieci transportowej o strukturze podanej na rysunku 2b); a): model graficzny struktury transportowej zawierający strukturę elementarną, b): diagram Gantta lokalnych procesów transportowych i przykładowego MTP

Elementami łączącymi modele składowe modelu referencyjnego są ponadto: zbiór reguł wyboru priorytetu, czasy przemieszczeń/postojów poszczególnych typów środków transportu oraz diagramy Gantta ilustrujące dynamikę przejazdu pojazdów i przemieszczeń transportowanych obiektów.

Reguły wyboru priorytetu synchronizujące dostęp lokalnych procesów transportowych do współdzielonych zasobów sieci oznaczone są etykietami ${}^k\sigma_r = (A_j, B_q, \dots, A_j, \dots, Z_q)$ – opisującymi kolejność dostępu środków transportowych $A_j, B_q, \dots, A_j, \dots, Z_q$, do współdzielonego zasobu kR_r , (rys. 3b i rys. 3c). Czasy przejazdu i/lub postoju środków transportu na poszczególnych zasobach sieci oznaczane są symbolem $t_{i,j}$ – oznaczającym czas realizacji j-tej operacji i-tego procesu transportowego. Modelem graficznym ilustrującym, tak czasy

przejazdu/postoju, jak i czasy oczekiwania, wykorzystywanych środków transportu i przemieszczanych przy ich pomocy obiektów, jest diagram Gantta (rys. 4b). Diagram ten ilustrując trajektorię zachowania ST w przestrzeni stanów dopuszczalnych (tzn. umożliwiając graficzne zobrazowanie rozkładów jazdy i/lub dostaw towaru) pozwala na ocenę czasów związanych z koniecznością oczekiwania środków transportu na zwolnienie żądanych lecz aktualnie zajmowanych zasobów, a także czasów oczekiwania obiektów przemieszczanych w łańcuchach MPT będących następstwem braku dostępności planowanych środków transportu.

3. Sformułowanie problemu

Przedstawiony wyżej model referencyjny sieci transportowej o strukturze fraktalnej umożliwia opracowanie odpowiedniego, dedykowanego modelu deklaratywnego pozwalającego na sformułowanie wcześniej wspomnianych problemów analizy i syntezy ST w kategoriach problemu spełnienia ograniczeń. Problem spełnienia ograniczeń: $PSO = ((X, D), C)$ jest zwykle formułowany w następujący sposób [14]. Dany jest: skończony zbiór zmiennych decyzyjnych $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, skończona rodzina skończonych dziedzin dyskretnych zmiennych decyzyjnych $D = \{D_i | D_i = \{d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,j}, \dots, d_{i,m}\}, i = 1..n\}$, skończony zbiór ograniczeń limitujących wartości zmiennych decyzyjnych $C = \{C_i | i = 1..L\}$, gdzie: C_i jest pewnym predykatem $P[x_k, x_l, \dots, x_h]$ zdefiniowanym na podzbiórze zbioru X . Poszukiwane jest rozwiązanie dopuszczalne, tzn. rozwiązanie, w którym wartości wszystkich zmiennych decyzyjnych X spełniają wszystkie ograniczenia C .

Przyjęte w modelu referencyjnym założenia, z jednej strony ograniczają explicite topologię tras jezdnych ST do sieci transportowych o strukturach fraktalnych, z drugiej zaś uzależniają implicite efektywność potencjalnych MPT (np. w zakresie możliwych terminów dostaw) od dopuszczalnego przepływu ruchu (np. wolnego od kongestii) realizowanego w ramach lokalnych procesów transportowych. Konstatacja ta implikuje możliwość ograniczenia badań do pewnych struktur elementarnych, z których zbudowana jest cała sieć transportowa. Przykłady takich struktur wyodrębniono linią przerywaną na rysunku 3a) i rysunku 3b). W przedstawionym dalej założeniu, przyjmuje się, że powtarzalne, cykliczne zachowanie tak wyodrębnionej struktury elementarnej implikuje cykliczny, tzn. pozbawiony kongestii [10, 18, 19], przepływ ruchu (zachowanie) w całej sieci. Umożliwia to w konsekwencji przeszukiwanie dopuszczalnych, wolnych od kongestii, alternatywnych wariantów rozwiązań problemów marszrutowania i harmonogramowania MPT.

Rozważmy „zwinięte” postaci (rys. 3c i rys. 3h) struktur elementarnych (rys. 3b i rys. 3d). Jak łatwo zauważyć, „zwinięte” postacie struktur powstają w wyniku „zlepiania” wybranych wierzchołów „rozwiniętych” postaci struktur elementarnych. Wybór wierzchołków, „zlepionych” ze sobą w postaci „zwiniętej”, determinowany jest przez wybór tych spośród zasobów elementarnej struktury transportowej, które są utożsamiane (współdzielone) z zasobami sąsiednich struktur sieci transportowej. Przykładowo, wierzchołek odpowiadający zasobowi ${}^k R_{12}$ jest sklejonny z wierzchołkiem odpowiadającym zasobowi ${}^k R'_{12}$, ponieważ zasób ${}^k R'_{12}$ jest współdzielony z zasobem ${}^l R_{12}$ będącym odpowiednikiem ${}^k R_{12}$, (rys. 4 a).

Można pokazać, że jeżeli przepływ ruchu w danej zwiniętej postaci elementarnej struktury transportowej jest wolny od kongestii, tzn. specyfikujący go harmonogram jest harmonogramem cyklicznym, wówczas przepływ ruchu w całej sieci transportowej, złożonej z rozwiniętych postaci struktur elementarnych, również posiada cykliczny charakter. Uwaga ta pozwala skoncentrować się na następującym sformułowaniu problemu spełnienia ograniczeń, którego rozwiązaniem jest struktura (zbiór reguł wyboru priorytetu) gwarantujący wolny od kongestii przepływ ruchu. Innymi słowy, zakładając, że zachowanie każdej i -tej elementarnej struktury jest reprezentowane przez cykliczny harmonogram ${}^{(i)}X' = ({}^{(i)}X_k | k = 1, \dots, h, \dots, L_i)$ gdzie: ${}^{(i)}X_h$ – zbiór momentów rozpoczęcia operacji h -tego procesu lokalnego i -tej elementarnej struktury, L_i – moc zbioru procesów lokalnych składających się na i -tą strukturę elementarną, rozważany problem spełnienia ograniczeń ma postać:

$$PS_i = ((\{{}^{(i)}X', {}^{(i)}\theta, {}^{(i)}\alpha\}, \{D_X, D_\theta, D_\alpha\}), \{C_L, C_M, C_D\}) \quad (1)$$

gdzie:

${}^{(i)}X', {}^{(i)}\theta, {}^{(i)}\alpha$ – zmienne decyzyjne,

- ${}^{(i)}X'$ – cykliczny harmonogram i -tej elementarnej struktury,
- ${}^{(i)}\theta$ – zbiór reguł priorytetowania determinujący kolejność realizacji operacji należących do procesów współzawodniczących o dostęp do wspólnych zasobów i -tej elementarnej struktury,
- ${}^{(i)}\alpha$ – zbiór wartości okresów procesów lokalnych występujących w i -tej elementarnej strukturze,

D_X, D_θ, D_α – dziedziny wartości dyskretnych zmiennych decyzyjnych,

C_L, C_M, C_D – zbiory ograniczeń limitujących wartości zmiennych decyzyjnych

- C_L, C_M - zbiory warunków ograniczających zbiór potencjalnych zachowań i -tej elementarnej struktury [6],
- C_D – zbiór warunków wystarczających spełnienie których gwarantuje wolny od kongestii (tzn. bezblokadowy i bezkolizyjny) przepływ ruchu w sieci transportowej modelowanej przez i -tą elementarną strukturę wykonanie operacji transportowych i załadunku/wyładunku (operacji współzawodniczących o dostęp do wspólnych zasobów).

Poszukiwanym rozwiązaniem problemu (1) jest harmonogram ${}^{(i)}X'$ spełniający wszystkie ograniczenia rodziny zbiorów $\{C_L, C_M, C_D\}$. Ograniczenia C_L, C_M [6], gwarantują, że procesy lokalne realizowane w „rozwiniętej” postaci struktury elementarnej są wykonywane w sposób cykliczny, tzn. ich realizacje specyfikuje odpowiedni harmonogram cykliczny, nie gwarantują tego jednak dla „zwiniętej” postaci tej struktury. Przedstawione niżej, dodatkowe ograniczenia C_D wynikające z zasady „zamka błyskawicznego” [5] warunkującej dopasowanie harmonogramów cyklicznych, gwarantują, że procesy lokalne występujące w spełniających je strukturach będą realizowane w sposób cykliczny.

4. Warunki zapobiegania kongestii

Łatwo zauważyć, że do bezkolizyjnej realizacji zbioru operacji należących do procesów transportowych współzawodniczących w dostępie do wspólnych zasobów sieci dochodzi wówczas gdy okresy czasu związane z ich wykonaniem nie nakładają się wzajemnie na siebie. Ilustrację warunku determinującego bezkolizyjne wykonanie operacji należących do dwóch procesów współzawodniczących ze sobą o dostęp do wspólnie wykorzystywanego zasobu przedstawia opis poniższej sytuacji. Okresy (przedziały czasu) wykonania dwóch operacji $o_{i,j}$, $o_{q,r}$ realizowanych na współdzielonym zasobie $R_{k,i}$, nie nakładają się na siebie jeżeli operacja $o_{i,j}$ wykonywana na współdzielonym zasobie rozpoczyna się w momencie $x_{i,j}$, tzn. po jego uprzednim zwolnieniu (z ewentualnym opóźnieniem Δt) przez operację $o_{q,r}$ (w momencie x_{q,r^*} dla rozpoczęcia następnej operacji) i zwalnia zasób (w momencie x_{i,j^*} dla rozpoczęcia następnej operacji) przed rozpoczęciem kolejnego wykonania operacji $o_{q,r}$ (w momencie $x_{q,r} + \alpha_q$). Oznacza to, że bezkonfliktowe, tzn. nie powodujące występowania blokad, wykonanie operacji procesów lokalnych jest możliwe, jeżeli spełniony jest warunek poniższego ograniczenia:

$$\begin{aligned} & [(x_{i,j} \geq x_{q,r^*} + k'' \cdot \alpha_q + \Delta t) \wedge (x_{i,j^*} + k' \cdot \alpha_i + \Delta t \leq x_{q,r} + \alpha_q)] \vee \\ & \vee [(x_{q,r} \geq x_{i,j^*} + k' \cdot \alpha_i + \Delta t) \wedge (x_{q,r^*} + k'' \cdot \alpha_q + \Delta t \leq x_{i,j} + \alpha_i)] \quad (2) \end{aligned}$$

gdzie: $j^* = (j + 1) \text{ MOD } lr(i)$, $r^* = (r + 1) \text{ MOD } lr(q)$, $lr(i)$ – liczba operacji procesu P_i , α_b – cykl b-ego procesu lokalnego

$$k' = \begin{cases} 0 & \text{dla } j + 1 \leq lr(i) \\ 1 & \text{dla } j + 1 > lr(i) \end{cases} \quad k'' = \begin{cases} 0 & \text{dla } r + 1 \leq lr(q) \\ 1 & \text{dla } r + 1 > lr(q) \end{cases}$$

Spełnienie warunku ograniczenia (2) oznacza, że dla każdego współdzielonego zasobu „zwiniętej” reprezentacji struktury elementarnej realizowane w niej procesy lokalne są wykonywane naprzemiennie. Przedstawiony warunek (2) obejmuje przypadki, w których dwa procesy współzawodniczą o dostęp do współdzielonego zasobu. W przypadku gdy w dostępie do współdzielonego zasobu konkurują trzy lub większa ilość procesów, wówczas warunek ten winien być spełniony dla każdej pary tych procesów, a zatem w ogólnym przypadku należy oczekiwać $n(n-1)/2$ sprawdzeń, gdzie: n – liczba procesów współzawodniczących w dostępie do współdzielonego zasobu. W ogólnym przypadku, mogą być też oczywiście rozważane inne warunki, spełnienie których wiązałoby się z innymi niż naprzemiennie porządkami dostępu do współdzielonych zasobów, np. warunki wymuszające kolejność według której po pierwszych dwóch wykonaniach operacji z pierwszego procesu dochodzi do trzech kolejnych wykonań operacji z drugiego procesu, a następnie po dwóch kolejnych operacjach z pierwszego procesu dochodzi do trzech kolejnych wykonań operacji z drugiego procesu, itd.

Korzystając z warunku (2) łatwo zauważyć, że w przypadku kompozycji dwóch struktur elementarnych, w których procesy lokalne wykonywane są w sposób cykliczny i w wyniku której niektóre ich zasoby, przyjmują status zasobów współdzielonych, procesy lokalne realizowane w nowopowstałej strukturze również są wykonywane w sposób cykliczny. Oznacza to, że w przypadku gdy harmonogramy cykliczne X'_a i X'_b komponowanych w ten sposób struktur elementarnych „a” i „b” charakteryzują cykle odpowiednio α_a i α_b , takie że $\alpha_a \text{ MOD } \alpha_b = 0$ lub

$\alpha_b \text{ MOD } \alpha_c = 0$, wówczas cykl α_c harmonogramu X'_c nowopowstałej struktury „c” jest równy najmniejszej wspólnej wielokrotności α_a i α_b , tzn. $\alpha_c = NWW(\alpha_a, \alpha_b)$.

Konsekwencją wprowadzonego warunku (2) umożliwiającego sformułowania problemu spełnienia ograniczeń (1), jest również poniższe, przedstawione werbalnie, twierdzenie o cykliczności procesów transportowych realizowanych w sieciach o strukturach fraktalnych.

Twierdzenie

Dana jest sieć transportowa o strukturze fraktalnej złożona z „kopii” struktury elementarnej (tzn. struktur elementarnych o tym samym kształcie). Jeżeli lokalne procesy transportowe realizowane w „zwiniętej” postaci struktury elementarnej wykonywane są w sposób cykliczny, wówczas lokalne procesy transportowe realizowane w całej rozważanej sieci transportowej, skomponowanej z „rozwiniętych” postaci struktury elementarnej, są również wykonywane w sposób cykliczny.

Dowód tego twierdzenia wynika z założenia o cykliczności tak „zwiniętej” jak i „rozwiniętej” wersji postaci elementarnej struktury transportowej oraz sposobu kompozycji struktur elementarnych w sieci transportowej o strukturze fraktalnej. Jak już wcześniej wspomniano, kompozycja struktur elementarnych ma miejsce na tych spośród zasobów struktur elementarnych, które są współdzielone z zasobami sąsiednich struktur w sieci transportowej. Ilustracja tego przypadku jest sytuacja przedstawiona na rysunku 4a) gdzie wierzchołek sieci lokalnej odpowiadający zasobowi ${}^k R'_{12}$ jest sklejony z wierzchołkiem odpowiadającym współdzielonemu zasobowi ${}^l R_{12}$.

Celem ilustracji przedstawionego podejścia rozważmy model sieci transportowej z rysunku 4a). Rozważany dla wybranej k -ej struktury elementarnej sieci problem (1) został zaimplementowany i rozwiązany w środowisku programowania ograniczeń OzMozart (CPU Intel Core 2 Duo 3GHz RAM 4 GB). Zakładając, że wszystkie czasy operacji występujących w procesach lokalnych są takie same i równe $t_{i,j} = 1$ u.j.c. (umownej jednostce czasu)), pierwsze akceptowalne rozwiązanie zostało otrzymane w czasie poniżej jednej sekundy. Z analizy uzyskanego harmonogramu cyklicznego ${}^k X'$ łatwo wywnioskować wielkość cyklu $\alpha_k = 7$ u.j.c. oraz czas transportu T_{mpt} obiektów w rozważanym MPT wynoszący $T_{mpt} = 24$ u.j.c., a także reguły wyboru priorytetu, przykładowo: ${}^k \sigma_{12} = (P_3^1, P_6^1)$, ${}^k \sigma_{12} = (P_2^1, P_4^1)$, itp.

5. Zakończenie

Przedstawiony w pracy deklaratywny model referencyjny systemu transportowego umożliwia analizę związków łączących strukturę systemu z jego potencjalnym zachowaniem, a w konsekwencji formułowane i rozwiązywane problemów analizy i syntezy odpowiadających np. poniższym pytaniom: Czy w sieci transportowej o danej strukturze możliwe są realizacje dostaw spełniające zadane żądania klientów? Czy istnieje struktura sieci transportowej gwarantująca dostawy spełniające oczekiwania użytkowników? Koncentrując się na sieciach transportowych o strukturze fraktalnej model ten pozwala sformułować problem spełnienia ograniczeń, a w szczególności wyznaczyć występujące w nim ograniczenia w postaci warunków

wystarczających, spełnienie których gwarantuje płynną realizację potoków ruchu przebiegających w tego typu sieciach. Wyznaczone warunki implementowane w komercyjnie dostępnych platformach programowania z ograniczeniami umożliwią szybkie, w czasie wielomianowym, wariantowanie alternatywnych marszrut transportowych i związanych z nimi harmonogramów.

Przedstawione w pracy zagadnienia planowania i/lub wariantowania alternatywnych struktur i/lub zachowania sieci transportowych o strukturach fraktalnych wpisują się w szerszą problematykę harmonogramowania cyklicznego, m.in. problemów występujących w zadaniach wyznaczania rozkładów jazdy, transmisji telekomunikacyjnych, planowania produkcji, itp. Kontynuując kierunek związany z zapobieganiem kongestii przepływu ruchu w sieciach transportowych zakres przyszłych badań poszerzony zostanie o problematykę harmonogramowania odpornego i związane z nim zagadnienia zapobiegania re-harmonogramowaniu rozkładów jazdy w sieciach transportu miejskiego.

Literatura

1. Bahrehdar S. A., Moghaddam H. R. G.: A Decision Support System for Urban Journey Planning in Multimodal Public Transit Network. *International Journal of Advances in Railway Engineering*, Vol. 2, No. 1, 2014, p. 58-71.
2. Banaszak Z., Bocewicz G.: Declarative Modeling for Production Orders Portfolio Scheduling, *Foundations of Management*, Vol. 6, No. 3, 2014, p. 7-24.
3. Bocewicz G., Banaszak Z., Pawlewski P.: Multimodal Cyclic Processes Scheduling in Fractal Structure Networks Environment. *Proc. of the 19th World Congress: The International Federation of Automatic Control*, Cape Town, 2014, p. 8939-8946.
4. Bocewicz G.: Robustness of Multimodal Transportation Networks. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability*, Vol. 16, Issue 2, 2014, p.259-269.
5. Bocewicz G.: Modele multimodalnych procesów cyklicznych. *Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej*, grudzień 2013, Koszalin, 289 s.
6. Bocewicz G., Muszyński W., Banaszak Z.: Models of multimodal networks and transport processes. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 63(3), 2015, p. 636-650.
7. Buhl J., Gautrais J., Reeves N., Solé R.V., Valverde S., Kuntz P., Theraulaz G.: Topological patterns in street networks of self-organized urban settlements. *The European Physical Journal B*, Vol.49, 2006, p. 513-522.
8. Courtat T.: *Walk on City Maps - Mathematical and Physical phenomenology of the City, a Geometrical approach. Modeling and Simulation*. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2012.
9. Dang Q.-V., Nielsen I., Steger-Jensen K., Madsen O.: Scheduling a single mobile robot for part-feeding tasks of production lines. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 25, No 6, 2014, p. 1271-1287.
10. Igliński H.: *Ograniczanie poziomu kongestii transportowej a zrównoważony rozwój miast*. Rozprawa doktorska, Wydział Gospodarki Międzynarodowej, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań, 2009.

11. Jacyna M.: Wybrane zagadnienia modelowanie systemów i procesów transportowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.
12. Krych A.: Terminologia kompleksowych badań i modelowania ruchu. Przegląd Komunikacyjny, Nr 9-10, 2010, s. 48-51.
13. Sandkuhl K., Kirikova M., Analysing Enterprise Models from a Fractal Organisation Perspective - Potentials and Limitations. Lecture Notes in Business Information Processing, Vol.92, 2011, p. 193-207.
14. Sitek P., Wikarek J.: A hybrid framework for the modelling and optimisation of decision problems in sustainable supply chain management. International Journal of Production Research, 2015, p. 1-18.
15. Sun Y., Maoxiang Lang M., Wang D.: Optimization Models and Solution Algorithms for Freight Routing Planning Problem in the Multi-Modal Transportation Networks: A Review of the State-of-the-Art. The Open Civil Engineering Journal, 9, 2015, p. 714-723.
16. Słownik Pojęć Transportowych SRT, Ministerstwo Transportu, Budownictwa i Gospodarki Morskiej, Załącznik 1 do Strategii Rozwoju Transportu do 2020 roku (z perspektywą do 2030 roku).
17. Zhang J., Liao F., Arentze T., Timmermans H.: A multimodal transport network model for advanced traveler information systems. Procedia Social and Behavioral Sciences, Vol. 20, 2011, p. 313-322.
18. Żak J.: Parametryzacja elementów procesu transportowego. Logistyka 4/2011, s. 1011-1018.
19. Żochowska R., Karoń G., Sobota A.: Zarządzanie kongestią w sieciach miejskich – wybrane aspekty. Logistyka 6/2014, s. 11850-11861.
20. www.gostreetmaps.com/new-york.html
21. www.mapsguides.com/m/brazil_detailed_street_map_brasilia_en.php
22. <https://www.behance.net/gallery/Urban-Tissue-Experiment/2368014>