

Bartłomiej SZAWULAK, Piotr FORMANOWICZ
Politechnika Poznańska

STATYCZNA ANALIZA POTENCJALNYCH RELACJI BLOKOWANIA I ODBLOKOWYWANIA MIĘDZY T-NIEZMIENNIKAMI W SIECIACH PETRIE-GO*

Streszczenie. Zaproponowano statyczną metodę identyfikacji potencjalnych relacji blokowania i odblokowywania między t-niezmiennikami sieci Petriego z nieważonymi łukami blokującymi. Relacje są wyznaczone na podstawie zmian oznakowania miejsc powodowanych przez tranzycje należące do wsparć t-niezmienników, a następnie agregowane za pomocą zbiorów MCT. Metoda jest nadprzybliżeniem: każda rzeczywista zmiana warunku inhibitora powodowana przez analizowaną tranzycję jest reprezentowana przez odpowiednią relację, ale nie każda relacja statyczna musi wystąpić w osiągalnym przebiegu.

A STATIC ANALYSIS OF POTENTIAL BLOCKING AND UNBLOCKING RELATIONS BETWEEN T-INVARIANTS IN PETRI NETS

Summary. A static method for identifying potential blocking and unblocking relationships between T-invariants in Petri nets with unweighted inhibitor arcs is proposed. The relationships are determined based on changes in the marking of places caused by transitions belonging to the supports of T-invariants and are subsequently aggregated using Maximal Common Transition (MCT) sets. The proposed method provides an over-approximation: every actual change in an inhibitor condition caused by an analyzed transition is represented by a corresponding relationship, whereas not every statically identified relationship is necessarily realizable in the reachability space.

1. Wstęp

Systematyczny rozwój bioinformatyki wymaga dostarczania nowych narzędzi pozwalających na przeprowadzenie coraz bardziej szczegółowych analiz. Przedstawienie złożonych procesów biologicznych w postaci modeli matematycznych umożliwia zastosowanie algorytmów służących do analizy ich własności. Jedną z technik modelowania stosowanych w bioinformatyce dla szeroko pojętych systemów biologicznych są sieci Petriego. Pozwalają one na symulację procesu charakteryzującego się wewnętrzną równoległością i rywalizacją o zasoby. Niestety reprezentacja procesów biologicznych za pomocą modelu operującego na dyskretnych wartościach wymaga wprowadzenia szeregu uogólnień, ponieważ wiele zjawisk biologicznych ma charakter ciągły lub proba-

*Praca częściowo sfinansowana ze środków statutowych Politechniki Poznańskiej.

bilistyczny. Sieci Petriego posiadają liczne rozszerzenia, które pozwalają na dobranie wariantu umożliwiającego precyzyjniejsze przedstawienie modelowanego procesu, niż oferuje to klasyczny wariant. Przykładem takiego rozszerzenia klasycznej definicji są łuki blokujące, które umożliwiają wprowadzenie zależności, w której obecność tokenów w określonym miejscu uniemożliwia uruchomienie danej tranzycji. Łuki blokujące wraz z łukami odczytu stanowią element rozszerzonych sieci Petriego. Niestety idea łuków blokujących nie została przewidziana w klasycznym wariacie w teorii sieci Petriego i nie jest kompatybilna ze znaczną częścią dostępnych dla niej analiz. Sytuacja ta wymaga dostosowania istniejących algorytmów lub opracowania nowych dedykowanych dla łuków blokujących.

Łuki blokujące są stosowane rzadziej niż klasyczne łuki przepływu, a ich obecność ogranicza możliwość bezpośredniego użycia części klasycznych metod analizy strukturalnej. Powodem jest wspomniany wcześniej problem z ich reprezentacją matematyczną oraz wpływ na przestrzeń osiągalnych stanów, którą należy przeanalizować, aby określić, czy t-niezmiennik może zostać zrealizowany w modelu. Pełna analiza osiągalności nie jest ogólną metodą dostępną dla dowolnych sieci z łukami blokującymi; dla szczególnego przypadku jednego łuku blokującego problem pozostaje jednak rozstrzygalny [5].

Problem analizy blokowania t-niezmienników przez łuki blokujące jest znany w literaturze. Zaproponowano również metody wyznaczania odpowiednich zbiorów oraz estymacji skali i wpływu elementów blokujących na przepływy zachodzące w modelu [2].

W niniejszej pracy zaproponowano statyczną metodę identyfikacji potencjalnych relacji blokowania i odblokowywania pomiędzy t-niezmiennikami sieci Petriego z nieważonymi łukami blokującymi. Metoda stanowi rozszerzenie analizy *inhibited t-invariants* o relacje między potencjalnie różnymi t-niezmiennikami oraz ich agregację z wykorzystaniem zbiorów MCT i wizualizację w postaci grafu relacji.

2. Teoria

Sieć Petriego definiuje się za pomocą piątki $Q = (T, P, F, W, M_0)$, gdzie:

- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ jest skończonym zbiorem tranzycji,
- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ jest skończonym zbiorem miejsc,
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ jest skończonym zbiorem łuków,
- $W : F \rightarrow \mathbb{Z}^+$ jest funkcją wag dla każdego łuku,
- $M_0 : P \rightarrow \mathbb{N}$ jest funkcją przypisującą początkową liczbę tokenów do każdego miejsca [3].

Sieć Petriego ma graficzną formę w postaci dwudzielnego, ważonego digrafu. Składa się ona z dwóch rozłącznych zbiorów wierzchołków, które odpowiadają dwóm typom wierzchołków – miejscom i tranzycjom. *Miejsce* jest typem wierzchołka graficznie reprezentowanego w postaci okręgu. Każdemu miejscu przypisana jest nieujemna liczba całkowita odpowiadająca liczbie tokenów. Wektor liczb całkowitych, w którym każda pozycja odpowiada miejscu, a wartość odpowiada liczbie znajdujących się w nim

tokenów, jest nazywany oznakowaniem M sieci (ang. *net marking*). Początkowe rozłożenie tokenów w sieci nazywamy oznakowaniem początkowym M_0 . Drugim typem wierzchołka w sieci Petriego jest *tranzycja*, zazwyczaj graficznie reprezentowana przez prostokąt. Odpowiada ona za przepływ tokenów wewnątrz sieci. Odbywa się on za pomocą dwóch akcji, tj. *aktywacji* i *uruchomienia*.

Dla sieci Petriego macierz incydencji A jest macierzą o rozmiarze $n \times m$. Wartość całkowita przechowywana w odpowiedniej komórce jest wyznaczana następującym wzorem:

$$a_{ij} = w(t_j, p_i) - w(p_i, t_j) \quad (1)$$

gdzie $w(t_j, p_i)$ jest wagą łuku łączącego t_j i p_i , a $w(v_i, v_j) = 0$ jeżeli $(v_i, v_j) \notin F$.

Element a_{ij} jest równy liczbie tokenów produkowanych przez t_j w p_i pomniejszonej o liczbę tokenów pobieranych z p_i .

Tranzycję t_j nazywamy *aktywną*, jeśli każde miejsce p_i połączone łukiem (p_i, t_j) z tą tranzycją, posiada liczbę tokenów równą lub większą niż waga tego łuku.

Aktywna tranzycja t_j może, ale nie musi zostać *uruchomiona*. *Uruchomienie* jest atomowym procesem, podczas którego z każdego z miejsc p_i połączonych łukiem (p_i, t_j) pobierana jest liczba tokenów równa wadze tego łuku. W tym samym momencie generowane są nowe tokeny dla każdego miejsca p_k połączonego (t_j, p_k) z tranzycją t_j . Liczba wygenerowanych tokenów jest równa wadze tego łuku [3].

t-niezmiennik jest wektorem x liczb naturalnych spełniającym równanie:

$$A \cdot x = 0 \quad (2)$$

Wsparcie t-niezmiennika x jest to zbiór $s(x) = \{t_j : x_j > 0, j = 1, 2, \dots, m\}$, gdzie m jest liczbą tranzycji. Należą do niego te tranzycje, którym odpowiadają dodatnie liczby w wektorze x . Uporządkowana sekwencja uruchomień tranzycji wchodzących w skład wsparcia t-niezmiennika x jest oznaczona symbolem σ [3].

t-niezmiennik x jest realizowalny z oznakowania M_0 , jeżeli istnieje dopuszczalna sekwencja uruchomień σ , taka że liczby uruchomień poszczególnych tranzycji są równe odpowiednim liczbom w wektorze x .

t-niezmiennik jest nazywany *minimalnym*, jeśli w jego wsparciu nie jest zawarte wsparcie żadnego innego t-niezmiennika.

Łukiem odczytu nazywany jest dwukierunkowy łuk łączący miejsce p_i z tranzycją t_j . Odpowiada on dwóm łukom o przeciwnych zwrotach łączących te dwa wierzchołki. Pozwala on na aktywację i uruchomienie t_j , jeśli w p_i znajduje się liczba tokenów równa co najmniej wadze tego łuku.

Łuk blokujący nazywany także inhibitorem jest łukiem, który łączy miejsce p_i z tranzycją t_j i pozwala na uruchomienie jej tylko w przypadku, gdy $M(p_i) = 0$, czyli gdy w miejscu p_i nie ma żadnych tokenów (w przypadku gdy waga tego łuku jest równa 1). Inhibitor jest reprezentowany w postaci łuku zakończonego kołem lub okręgiem wskazującym na blokową tranzycję (przykład zaprezentowano na rysunku 1). Zarówno łuki blokujące jak i łuki odczytu nie są odwzorowane w macierzy incydencji.

Sieć Petriego z inhibitorem opisywana jest za pomocą $Q_I = (Q, I)$, gdzie:

- Q jest piątką opisującą klasyczną sieć Petriego,
- $I \subseteq (P \times T)$ jest skończonym zbiorem łuków blokujących [1].

3. Adaptacja pojęcia wykonywalnych t-niezmenników do sieci z łukami blokującymi

Aby przejść do analizy wykonywalnych t-niezmenników z łukami blokującymi, konieczne jest przedstawienie oryginalnej definicji dla wykonywalnych t-niezmenników zawierających łuki odczytu. Następnie opisana zostanie relacja potencjalnego blokowania, jaka może zajść pomiędzy minimalnymi t-niezmennikami oraz wykorzystanie zbiorów MCT do przypadków analizy, gdzie inhibicja nie dotyczy pojedynczych t-niezmenników, a dziesiątek i setek przypadków.

3.1. Wykonywalne t-niezmenniki w sieciach z łukami odczytu

W artykule [6] zaproponowano pojęcie wykonywalnego t-niezmennika, jako podejścia pozwalającego na analizę przepływów w sieciach metabolicznych wyrażonych za pomocą sieci Petriego, zawierających łuki odczytu.

Wykonywalne t-niezmennikiem definiuje się jako *minimalne* i *samowystarczalne*, dla których istnieje *realizowalna* sekwencja uruchomień σ z oznakowania początkowego M_0 . t-niezmennik x nie jest wykonywalny względem M_0 , jeżeli nie istnieje taka sekwencja. Samowystarczalnemu nazywany jest taki t-niezmennik x , dla którego istnieje sekwencja σ , która zawiera tylko tranzycje z $s(x)$. Wykonywalnym t-niezmennikiem nazywana jest także kombinacja kilku minimalnych t-niezmenników, która sama nie jest strukturalnie minimalna, ale jest minimalna względem realizowalności.

W przypadku analizy sieci zawierających łuki odczytu z użyciem wykonywalnych t-niezmenników stawiany jest nacisk na wykonywalne t-niezmenniki jako na reprezentację procesów niezależnych od pozostałych występujących w modelu np. nie wymagających zewnętrznego katalizatora.

3.2. Wykonywalne t-niezmenniki w sieciach z łukami blokującymi

Definicja wykonywalnego t-niezmennika została zaproponowana dla modeli zawierających łuki odczytu. W przypadku łuków blokujących wymaga ona modyfikacji ze względu na odmienny mechanizm aktywacji tranzycji. t-niezmennik zawierający w swoim wsparciu tranzycję połączoną łukiem blokującym jest nazywany wykonywalnym, jeśli jest zarówno minimalny, jak i samowystarczalny oraz realizowany przy oznakowaniu M_0 .

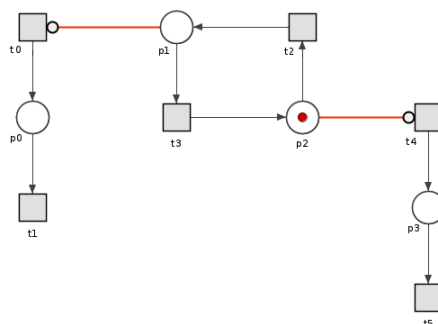
Tabela 1

Zbiór tranzycji z podziałem na minimalne, wykonywalne i złożone t-niezmenniki, występujące w przykładzie z rysunku 1.

t-niezmennik	Tranzycje ze wsparcia	Minimalny t-niezmennik	Realizowalny przy oznakowaniu M_0	Przykładowa sekwencja σ
x_1	t_0, t_1	Tak	Tak	t_0, t_1
x_2	t_2, t_3	Tak	Tak	t_2, t_3
x_3	t_4, t_5	Tak	Nie	—
$x_4 = x_2 + x_3$	t_2, t_3, t_4, t_5	Nie	Tak	t_2, t_4, t_5, t_3

Główną różnicą pomiędzy wykonywalnymi t-niezmennikami zawierającymi łuki odczytu a zawierającymi łuki blokujące jest przeciwny warunek aktywacji.

Rysunek 1 zawiera przykładową sieć posiadającą dwa łuki blokujące. W tabeli 1 przedstawiono wsparcia t-niezmenników w nim występujących z podziałem na



Rys. 1. Przykład sieci zawierającej dwa łuki blokujące łączące miejsce p_1 z t_0 i p_2 z t_4 , gdzie miejsce p_2 zawiera pojedynczy token blokujący tranzycję t_4 . W momencie uruchomienia tranzycji t_2 zostanie osiągnięte oznakowanie sieci, przy którym miejsce p_2 przestanie blokować tranzycję t_4 , natomiast miejsce p_1 zacznie blokować tranzycję t_0 .

minimalne, wykonywalne oraz złożony. Tranzycja t_0 połączona z miejscem p_1 jest aktywna i pozwala na wykonanie się t-niezmiennika x_1 , a tranzycja t_4 jest blokowana z p_2 i nie pozwala na wykonanie t-niezmiennika x_3 .

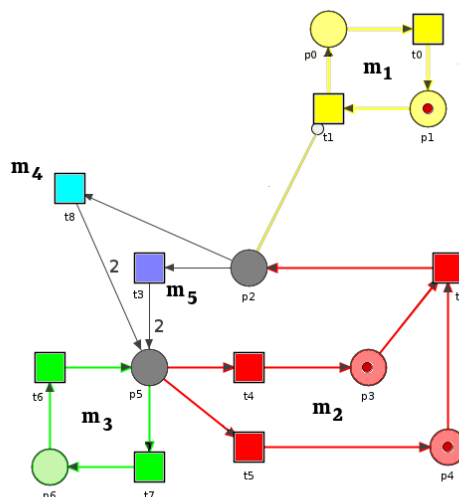
3.3. Niewykonywalne T-niezmienniki

Przy analizie sieci zawierających łuki blokujące, równie istotne są t-niezmienniki, które nie są wykonywalne przy oznakowaniu początkowym ze względu na dodatnią wartość tokenów w miejscu połączonym łukiem blokującym.

Brak wykonywalności względem M_0 nie wyklucza istnienia innego osiągalnego oznakowania, względem którego t-niezmiennik będzie wykonywalny. Pełne rozstrzygnięcie wykonywalności za pomocą analizy osiągalności nie jest rozwiązaniem dostępnym dla ogólnych sieci z łukami blokującymi. Dlatego proponowana metoda ma charakter przybliżenia i nie zastępuje analizy przestrzeni stanów [5]. Niezmienniki, które są samowystarczalne, ale nie istnieje taka sekwencja uruchomień tranzycji należących do ich wsparć, która z oznakowania M_0 doprowadziłaby do wykonania się pełnego t-niezmiennika, nazywamy niewykonywalnymi niezmiennikami. Pozostają one interesujące przy analizie przepływów, ponieważ mogą przedstawiać podprocesy, które mogą być wykonywalne dla innego oznakowania początkowego.

4. Zbiory blokujących i blokowanych t-niezmienników

Kolejnym sugerowanym etapem analizy przepływów wyrażonych za pomocą t-niezmienników w sieciach zawierających łuki blokujące jest analiza pozostałych niezmienników nienależących do kategorii wykonywalne i niewykonywalne. W przypadku łuków odczytu mowa o nieminimalnych t-niezmiennikach będących wynikową połączenia dwóch lub więcej minimalnych t-niezmienników. Na podstawie łuków blokujących występujących w sieci należy wyznaczyć relacje pomiędzy t-niezmiennikami blokowanymi przez inne procesy, a t-niezmiennikami mogącymi spowodować blokadę. Przykład przedstawiono na rysunku 2. Wcześniejsze podejście z artykułu [2] identyfikuje t-niezmienniki zawierające strukturalną zależność związaną z miejscem blokującym. W niniejszej pracy zależność tę uogólnia się do skierowanej relacji pomiędzy dwoma po-



Rys. 2. Przykład sieci z zaznaczonym fragmentem mogącym podlegać blokowaniu (żółty) i fragmentem odpowiadającym za potencjalne blokowanie (czerwony) i odblokowanie fragmentu sieci (fioletowy i seledynowy).

tencjalnie różnymi t-niezmiennikami, a następnie agreguje na poziomie zbiorów MCT.

Na potrzeby opisu powyższych relacji zdefiniowano:

- $P^+(x) = \{p \in P : \exists t \in s(x), w(t, p) > 0\}$ - miejsca, których oznakowanie może zostać zwiększone przez tranzycję należącą do wsparcia t-niezmiennika x ,
- $P^-(x) = \{p \in P : \exists t \in s(x), w(p, t) > 0\}$ - miejsca, których oznakowanie może zostać zmniejszone przez tranzycję należącą do wsparcia t-niezmiennika x ,
- $H(x) = \{p \in P : \exists t \in s(x), (p, t) \in I\}$ - miejsca blokujące tranzycje należące do $s(x)$.

Następnie t-niezmiennik x_i potencjalnie blokuje t-niezmiennik x_j gdy $P^+(x_i) \cap H(x_j) \neq \emptyset$, a x_i potencjalnie odblokowuje x_j gdy $P^-(x_i) \cap H(x_j) \neq \emptyset$. Opisana za pomocą powyższych wzorów relacja statyczna nie gwarantuje rzeczywistego wystąpienia blokowania. Natomiast określa, że konieczne warunki do zajścia takiego blokowania pomiędzy niezmiennikiem x_i i x_j są spełnione. Analogicznie sytuacja wygląda dla przypadku odblokowania.

Relacje blokowania i odblokowywania można przedstawić w postaci grafu, w którym wierzchołki reprezentują zbiory MCT, a łuki powinny być etykietowane trójką (t, p, b) , gdzie t jest tranzycją zmieniającą oznakowanie miejsca p , które jest miejscem blokującym, b jest tranzycją blokowaną, a w przypadku relacji zwalniania blokowania za pomocą etykiety (p, t, b) .

Wyznaczanie zbiorów trójek opisujących blokowanie i odblokowywanie przedstawiono w Algorytmie 1.

W dostępnej literaturze kwestia wydzielenia zbioru t-niezmienników podlegających potencjalnemu blokowaniu poprzez łuk blokujący została opisana w [2]. W niniejszej pracy wskazujemy, że zamiast analizować pojedynczo każdy z t-niezmienników posiadających w swoim wsparciu tranzycję połączoną łukiem blokującym, można po-

Algorytm 1 Wyznaczanie relacji blokowania i odblokowywania między zbiorami MCT**Input:** Zbiór łuków blokujących I , macierz incydencji A , zbiór t -niezmienników**Output:** Zbiory relacji blokowania R_B i odblokowywania R_U

```

1:  $R_B \leftarrow \emptyset$ 
2:  $R_U \leftarrow \emptyset$ 
3: for all  $(p, t) \in I$  do
4:   Wyznacz zbiór  $t$ -niezmienników zawierających tranzycję  $t$ 
5:   Wyznacz zbiory MCT
6:   for all tranzycje  $u$  takie, że  $a(p, u) > 0$  do
7:     Wyznacz zbiory MCT zawierające  $u$ 
8:     Dodaj etykietę  $(u, p, b)$  do  $R_B$ 
9:   end for
10:  for all tranzycje  $u$  takie, że  $a(p, u) < 0$  do
11:    Wyznacz zbiory MCT zawierające  $u$ 
12:    Dodaj etykietę  $(p, u, b)$  do  $R_U$ 
13:  end for
14: end for
return  $R_B, R_U$ 

```

służyć się agregacją ich za pomocą zbiorów MCT. Zbiory MCT są wyznaczane na podstawie zbioru minimalnych t -niezmienników. Pojedynczy zbiór MCT to zbiór tranzycji, które występują we wsparciach dokładnie tych samych t -niezmienników [6].

Z tego powodu jeżeli t -niezmiennik x posiada w swoim wsparciu tranzycję t_1 , która jest blokowana przez miejsce p_2 za pomocą łączącego je łuku blokującego, to wszystkie t -niezmienniki, w których wsparciach zawiera się zbiór MCT m_1 zawierający tę tranzycję, będą także podlegać potencjalnemu blokowaniu [6]. Jeżeli tranzycja należąca do zbioru MCT jest połączona z łukiem blokującym, to wszystkie t -niezmienniki zawierające w swoim wsparciu tę tranzycję również podlegają potencjalnemu blokowaniu, co wynika z definicji zbiorów MCT.

Analiza operacji blokowania z wykorzystaniem zbiorów MCT jest sugerowana do analiz modeli wyrażonych za pomocą sieci Petriego, które zawierają zbiór minimalnych t -niezmienników, którego liczność jest na tyle wysoka, że stanowi to problem przy selektywnym analizowaniu każdego t -niezmiennika.

W rezultacie możliwe jest wyznaczenie grafu i tabeli opisujących zależności blokowania pomiędzy procesami reprezentowanymi przez t -niezmienniki, co pozwala wskazać procesy mogące czasowo dezaktywować tranzycje należące do innych procesów.

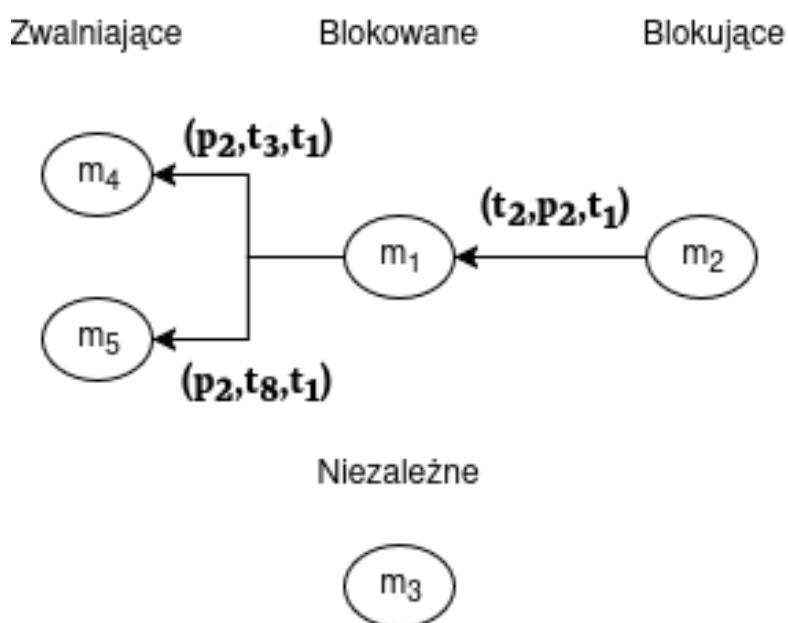
Tabela 2

Tabela relacji potencjalnego blokowania dla sieci z rysunku 2.

MCT	Tranzycje	t -niezmienniki zawierające MCT	Rola
m_1	t_0, t_1	x_1	cel potencjalnego blokowania
m_2	t_2, t_4, t_5	x_2	źródło potencjalnego blokowania
m_3	t_6, t_7	x_3	nieuczestniczący w relacji
m_4	t_8	x_3	źródło odblokowania
m_5	t_3	x_3	źródło odblokowania

Relacje blokowania pomiędzy t-niezmiennikami mogą być wyznaczone na poziomie zbiorów MCT, ponieważ blokowanie dowolnej tranzycji należącej do danego zbioru MCT implikuje możliwość blokowania wszystkich procesów reprezentowanych przez ten zbiór. Pozwala to przejść od analizy pojedynczych tranzycji do analizy relacji pomiędzy grupami procesów, odpowiadających za czasowe blokowanie innych procesów oraz tych, które są blokowane. Przykład relacji blokowania przedstawiono w tabeli 2. Nie obrazuje on zysku z agregacji, jako że każdy ze zbiorów MCT składa się z tranzycji należących do pojedynczego niezmiennika, a jedynie przedstawia koncept na prostym przykładzie.

Jeżeli liczba zbiorów MCT jest znacznie mniejsza od liczby analizowanych t-niezmienników, agregacja może ograniczyć rozmiar grafu relacji. Przykład takiego grafu przedstawiono na rysunku 3. Rzeczywisty stopień redukcji zależy od struktury rozważanej rodziny t-niezmienników. W przypadku gdy zbiór MCT jest jednocześnie zbiorem blokującym i odblokowującym, będzie on połączony dwoma łukami o przeciwnych zwrotach ze zbiorem MCT opisującym proces potencjalnie blokowany.



Rys. 3. Przykład grafu relacji dla sieci z rysunku 2, z podziałem na zbiory MCT blokowane, blokujące, odblokowujące i nieuczestniczące w procesie blokowania. Łuki łączące wierzchołki odpowiadające zbiorom MCT, są wyznaczone na bazie zbiorów R_B , R_U .

5. Podsumowanie

Artykuł przedstawia nową metodę analizy potencjalnych relacji blokowania i odblokowywania pomiędzy t-niezmiennikami w sieciach Petriego zawierających łuki blokujące. W pracy zaprezentowano adaptację koncepcji wykonywalnych t-niezmienników do analizy modeli zawierających łuki blokujące. Zachowana zostaje podstawowa idea wykonywalnych t-niezmienników dla łuków odczytu, natomiast interpretacja warunku aktywacji wymaga dostosowania do semantyki łuków blokujących.

Analiza t-niezmienników wykonywalnych zostaje rozszerzona o wyznaczenie zbioru niewykonywalnych t-niezmienników, będących uzupełnieniem statycznej analizy bazującej na t-niezmiennikach. Pozwala to na pełniejsze poznanie zachowania przepływów w sieciach zawierających łuki blokujące.

Kolejną zmianą jest przejście z analizy pojedynczych zależności blokowania występujących pomiędzy dwoma t-niezmiennikami na zbiory tranzycji wyznaczanych za pomocą zbiorów MCT. Podejście może być szczególnie użyteczne, gdy liczba analizowanych t-niezmienników jest znacznie większa od liczby odpowiadających im zbiorów MCT. Zaproponowana metoda nie rozwiązuje wszystkich problemów związanych ze stosowaniem łuków blokujących w modelach opartych na sieciach Petriego. Stanowi ona jednak kolejny krok w praktycznych aplikacjach tego rozszerzonego wariantu sieci.

Istotną cechą proponowanej metody jest jej statyczny charakter. Metoda nie wymaga konstruowania pełnej przestrzeni stanów osiągalnych, lecz może zwracać relacje, które nie występują w żadnym osiągalnym przebiegu.

W przyszłych pracach planowana jest implementacja algorytmu automatycznie wyznaczającego relację blokowania pomiędzy t-niezmiennikami oraz integracja zaproponowanej metody z aplikacją Holmes [4].

Przedstawiona metoda stanowi wartościowe rozszerzenie analizy strukturalnej sieci Petriego z łukami blokującymi i tworzy podstawę do dalszego rozwoju narzędzi wspomagających analizę modeli zbudowanych w oparciu o tego rodzaju sieci.

LITERATURA

1. Busi N.: Analysis issues in Petri nets with inhibitor arcs. *Theoretical Computer Science*, 2002, Vol.275(1-2), p. 127–177.
2. Kozak A., Formanowicz D., Formanowicz P.: Structural analysis of a Petri net model of oxidative stress in atherosclerosis. *IET Systems Biology*, 2018, Vol.12(3), p. 108–117.
3. Murata T.: Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 1989, Vol.77(4), p. 541–580.
4. Radom M., Rybarczyk A., Szawulak B., Andrzejewski H., Chabelski P., Kozak A., Formanowicz P.: Holmes: A graphical tool for development, simulation and analysis of petri net based models of complex biological systems. *Bioinformatics*, 2017, Vol.33(23), p. 3822–3823.
5. Reinhardt K.: Reachability in Petri nets with inhibitor arcs. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2008, Vol.223, p. 239–264.
6. Sackmann A., Heiner M., Koch I.: Application of Petri net based analysis techniques to signal transduction pathways. *BMC bioinformatics*, 2006, Vol.7(1), p. 482.