

Krzysztof PIĘKOSZ
Politechnika Warszawska

WYKRYWANIE KOLIZJI PRZY PAKOWANIU PALET Z UŻYCIEM ROBOTA

Streszczenie. Artykuł dotyczy zagadnienia automatycznego pakowania palet przez robota. Żeby robot mógł umieścić towar na częściowo zapakowanej palecie, musi mieć swobodny dostęp do miejsca jego ułożenia, tzn. miejsce to nie może być zasłonięte. Metody wyznaczania planów pakowania często nie uwzględniają takich uwarunkowań. W rezultacie, utworzone wzory upakowania mogą się okazać nierealizowane przez robota. W pracy przedstawiono metodę, którą można zastosować przy wyznaczaniu planów pakowania w celu wykrywania i unikania konfiguracji nierealizowalnych przez robota.

DETECTION OF UNFEASIBLE PALLET LOADING PATTERNS FOR A ROBOT

Summary. In the paper an automatic pallet loading with the usage of a robot is considered. In order to place the goods on a partially packed pallet, the robot must have free access to the location where it is placed, i.e. this place must not be covered. Methods for determining packing patterns often do not take these conditions into account. As a result, they may not be implemented by the robot. This paper presents a method that can be used when determining packing plans to detect and avoid configurations that are unfeasible for the robot.

1. Wprowadzenie

Towary dostarczane do sklepów sprzedaży detalicznej często transportuje się na paletach. Są zwykle przewożone w opakowaniach zbiorczych, np. kartonach, opakowanych folią zgrzewkach, tackach, itp. W dalszej części artykułu takie opakowania będą nazywane *paczkami*. Mają one zwykle kształty zbliżone do prostopadłościanów i w związku z tym są układane równolegle do brzegów palety.

Zamówienia ze sklepów zwykle dotyczą zróżnicowanego asortymentu. W związku z tym, pojawia się konieczność rozmieszczenia do wysyłki na palecie paczek o różnej wielkości i chcąc zautomatyzować ten proces, wykorzystuje się do tego roboty pakujące. Dąży się przy tym, aby realizując poszczególne zamówienia, liczba wykorzystywanych i potem transportowanych palet była jak najmniejsza. Sposób rozmieszczenia poszczególnych paczek na palecie będzie nazywany *wzorem upakowania*.

Gdy różnorodność zamawianych towarów jest duża, określenie wzoru upakowania palety może sprawiać dużo trudności. Z jednej strony, przestrzeń nad paletą powinna być w jak największym stopniu wykorzystana. W literaturze dość szeroko są opisywane różne metody i algorytmy takiego pakowania. Obszerny przegląd tych metod można znaleźć m.in. w [1, 9, 10].

Z drugiej strony, przy pakowaniu trzeba uwzględnić szereg praktycznych ograniczeń transportowych [3, 10], np. może być wymagane pełne podparcie, co oznacza, że każda paczka powinna w całości leżeć albo na palecie, albo na innej paczce. Ponadto np. delikatne towary nie powinny być umieszczane na dole, paczki mogą mieć wyróżniony spód, itd.

Przy zastosowaniu robota do pakowania palet, dochodzi jeszcze jeden typ ograniczeń. Żeby robot mógł umieścić towar na częściowo zapakowanej palecie, musi mieć swobodny dostęp do miejsca jego ułożenia, tzn. miejsce to nie może być zasłonięte. Artykuł koncentruje się na wykrywaniu w procesie tworzenia wzoru upakowania, czy umieszczenie paczki w danym miejscu częściowo zapakowanej palety, będzie potem do zrealizowania przez robota.

W rozdziale 2 została najpierw przedstawiona metoda, która pozwala sprawdzić, czy wyznaczony wzór upakowania jest możliwy do załadowania przez robota. Rozdział 3 dotyczy zasadniczego problemu rozpatrywanego w artykule, czyli sposobu tworzenia takich wzorów upakowania, które zawsze będą realizowalne przez robota. Końcowe wnioski i podsumowanie zawarto w rozdział 4.

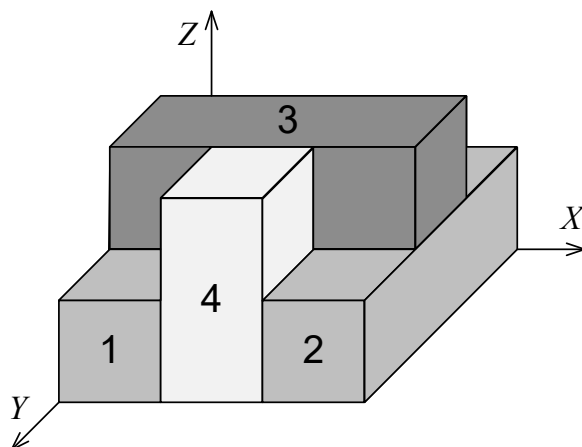
2. Upakowania robotowe

Uwarunkowania związane z możliwościami manipulacyjnymi robota podczas pakowania były rozpatrywane w pracy [2]. Wprowadzono tam pojęcie *upakowania robotowego* (ang. *robot packing*). Jest to wzór upakowania, który da się ułożyć startując z dolnego, tylnego, lewego rogu palety i wstawiając kolejne paczki tak, żeby były one zawsze nad, przed i z prawej strony poprzednio ułożonych paczek. Odpowiada to sytuacji, gdy ramię robota pakującego znajduje się przed przednią stroną palety i do wstawienia paczki w określone miejsce, musi być wolny dostęp od góry, od przodu i z prawej strony.

Okazuje się, że nie każdy wzór upakowania jest upakowaniem robotowym. W pracach [2, 7] pokazano przykłady wzorów, które nie stanowią upakowania robotowego i w związku z tym nie da się ich ułożyć przez robota. Prostszy przykład jest przedstawiony na rys. 1. Zauważmy, że chcąc zrealizować taki wzór upakowania, paczka 3 musiałaby być załadowana po paczce 2, bo na niej leży, a jednocześnie przed paczką 4, która zasłania ją od przodu. Oznacza to, że paczka 4 powinna być zapakowana po paczce 2. Jest to jednak niemożliwe, bo paczka 2 zasłania paczkę 4 z prawej strony. W pracy [7] zaproponowano metodą analizy wzorów upakowania palet pod kątem możliwości ich realizacji przez robota. Pozwala ona określić, czy dany wzór upakowania może być ułożony przez robota i jeżeli jest to możliwe, wyznaczana jest kolejność układania paczek, uwzględniająca uwarunkowania pracy robota. Metoda ta wykorzystuje grafowe modele reprezentacji upakowania.

Dla danego wzoru upakowania, niech N będzie zbiorem paczek rozplanowanych na palecie. Położenie poszczególnych paczek $i \in N$ jest określone przez współrzędne

(x_i, y_i, z_i) ich dolnego, tylnego, lewego rogu w układzie współrzędnych X, Y, Z , gdzie oś X jest skierowana w prawo, oś Y do przodu, a oś Z do góry (jak na rys. 1). Punkt $(0, 0, 0)$ to dolny, tylni, lewy róg palety. Wymiary poszczególnych paczek wzdłuż osi X, Y, Z będą oznaczane odpowiednio jako l_i, w_i, h_i .



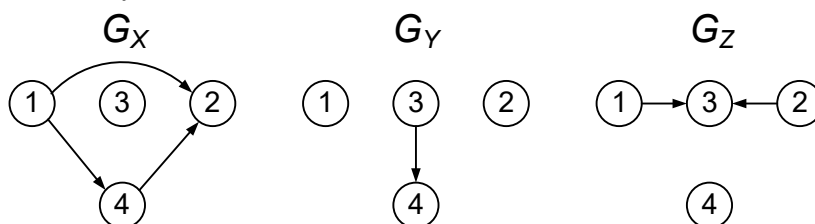
Paczka i	Wymiary l_i w_i h_i			Współrzędne (x_i, y_i, z_i)
1	1	3	1	$(0, 0, 0)$
2	1	3	1	$(2, 0, 0)$
3	3	1	1	$(0, 1, 1)$
4	1	1	2	$(1, 2, 0)$

Rys. 1. Przykładowy wzór upakowania.

Dla danego wzoru upakowania *graf poprzedzania* $G_X = (V_X, E_X)$ dla osi X , to graf skierowany, w którym:

- każdej paczce $i \in N$ odpowiada jeden wierzchołek $v_i \in V_X$,
- od wierzchołka v_i do wierzchołka v_j istnieje łuk wtedy i tylko wtedy, gdy $x_i + l_i \leq x_j$.

Graf G_X określa wzajemne położenie paczek wzdłuż osi X we wzorze upakowania. Łuk od wierzchołka v_i do v_j w tym grafie oznacza, że paczka i znajduje się całkowicie po lewej stronie paczki j . Analogicznie zdefiniowane są grafy poprzedzania G_Y oraz G_Z dla osi Y oraz Z . Wszystkie te trzy grafy są zawsze grafami acyklicznymi, tzn. nie zawierają skierowanych cykli. Na rysunku 2 są przedstawione grafy poprzedzania dla wzoru upakowania z rysunku 1.



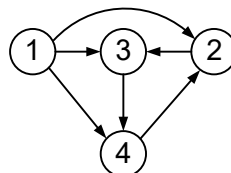
Rys. 2. Grafy poprzedzania dla wzoru upakowania z rysunku 1.

W pracy [7] pokazano, że analiza możliwości ułożenia danego wzoru upakowania przez robota może być przeprowadzona na podstawie *zagregowanego grafu poprzedzania*, który jest tworzony na podstawie grafów G_X , G_Y oraz G_Z . Jest to graf skierowany, w którym:

- zbiór wierzchołków jest taki sam jak w grafach G_X , G_Y oraz G_Z ,
- od wierzchołka v_i do wierzchołka v_j istnieje łuk wtedy i tylko wtedy, gdy w przynajmniej w jednym z grafów G_X , G_Y , G_Z istnieje łuk od v_i do v_j , ale w żadnym z tych grafów nie ma łuku przeciwnie skierowanego, tzn. od v_j do v_i .

Taki zagregowany graf poprzedzania będzie oznaczany symbolem $G_X + G_Y + G_Z$. Określa on dopuszczalną kolejność pakowania przez robota poszczególnych par paczek. Jeżeli w grafie zagregowanym $G_X + G_Y + G_Z$ występuje łuk od wierzchołka v_i do v_j , to paczka j jest powyżej lub z przodu lub z prawej strony paczki i , a zatem podczas pakowania musi być później od niej wstawiona. Z drugiej strony, jeżeli w grafie $G_X + G_Y + G_Z$ wierzchołki v_i oraz v_j nie są połączone łukiem, to paczki i oraz j nie zasłaniają się nawzajem i mogą być pakowane w dowolnej kolejności.

Zagregowany graf poprzedzania $G_X + G_Y + G_Z$ nie zawsze jest grafem acyklicznym. W pracy [8] wykazano, że dany wzór upakowania jest robotowy, czyli może być ułożony przez robota, wtedy i tylko wtedy, gdy zagregowany graf poprzedzania $G_X + G_Y + G_Z$ jest acykliczny dla tego wzoru. Na rys. 3 jest przedstawiony zagregowany graf poprzedzania dla wzoru upakowania z rys. 1 i grafów poprzedzania z rysunku 2. Można zauważyć, że w grafie tym wierzchołki 2, 3, 4 tworzą cykl, zatem ten wzór upakowania nie jest realizowalny przez robota.



Rys. 3. Zagregowany graf poprzedzania dla wzoru upakowania z rysunku 1.

Acykliczność zagregowanego grafu poprzedzania można sprawdzić za pomocą algorytmu sortowania topologicznego [4]. Sortowanie topologiczne grafu skierowanego polega na uporządkowaniu wszystkich jego wierzchołków w taki sposób, że jeśli graf zawiera łuk od wierzchołka v_i do v_j , to w tym porządku wierzchołek v_i występuje przed wierzchołkiem v_j . Jeżeli takie uporządkowanie wierzchołków nie jest możliwe, to graf zawiera cykl. Sortowanie topologiczne można przeprowadzić numerując wierzchołki grafu w poniżej przedstawiony sposób.

Sortowanie topologiczne grafu

1. $k \leftarrow 1$.
2. Dopóki istnieją nieponumerowane wierzchołki
 - Znajdź wierzchołek v , do którego nie dochodzi żaden łuk. Jeżeli taki wierzchołek istnieje, to przypisz mu numer k , w przeciwnym wypadku KONIEC (w grafie istnieje cykl).
 - Usuń z grafu wierzchołek v i wychodzące z niego łuki.
 - $k \leftarrow k + 1$.

Jeżeli w wyniku zastosowania powyższego algorytmu do zagregowanego grafu poprzedzania $G_X + G_Y + G_Z$, zostaną ponumerowane wszystkie wierzchołki, to ten graf jest acykliczny, a przypisane numery określają kolejność pakowania przez robota poszczególnych paczek. Jeżeli nie wszystkie wierzchołki zostaną ponumerowane, to w grafie istnieje cykl i ułożenie paczek przez robota nie jest możliwe. Zauważmy, że w przypadku grafu z rysunku 3 zostanie ponumerowany tylko wierzchołek 1, bo w drugiej iteracji algorytm nie znajdzie wierzchołka bez dochodzącego łuku, a więc zatrzyma się sygnalizując istnienie cyklu.

3. Wykrywanie niedopuszczalnych miejsc umieszczania paczek na palecie

W poprzednim rozdziale pokazano jak sprawdzić czy dany wzór upakowania jest robotowy. Z praktycznego punktu widzenia bardziej istotne jest niedopuszczenie, żeby wzory upakowania nierealizowalne przez robota były w ogóle tworzone.

Wiele algorytmów wyznaczania wzorów upakowania polega na sekwencyjnym określaniu najlepszych miejsc zapakowania kolejnych paczek [10, 11]. Dwie podstawowe decyzje i operacje wykonywane w każdej iteracji, to wybór kolejnej paczki do rozmieszczenia oraz wybór miejsca jej lokalizacji. Poszczególne algorytmy różnią się kolejnością wykonywania tych operacji oraz stosowanymi regułami decyzyjnymi przy dokonywaniu wyborów. Zbiór miejsc, w których może być umieszczana następna paczka jest zwykle ograniczony.

W pracy [6] zaproponowano koncepcję, żeby rozpatrywać tylko *punkty narożne* (ang. *corner points*) jako miejsca lokalizacji kolejnych paczek. Pierwsza paczka umieszczana jest w dolnym, tylnym, lewym rogu palety, na następne są dostawiane w nowo powstałych rogach częściowego upakowania. Punkty narożne charakteryzują się tym, że powyżej nich, z przodu oraz z prawej strony nie ma innych paczek. Podejście to zostało rozszerzone w pracy [5], gdzie wprowadzono koncepcję *punktów krańcowych* (ang. *extreme points*), zwiększając liczbę potencjalnych miejsc lokalizacji kolejnej paczki. Są to punkty na zewnętrznych powierzchniach rozmieszczonych już paczek lub boków palety, które leżą na przedłużeniu rogów każdej dołożonej paczki.

W pracy [11] opisano dwie inne koncepcje określania potencjalnych miejsc lokalizacji kolejnych paczek. Cała pusta przestrzeń na palecie jest reprezentowana jako suma teoriomnogościowa zbioru prostopadłościanów przylegających do już rozmieszczonych paczek. Następna paczka jest umieszczana tylko w jednym z tych prostopadłościanów – w jego dolnym rogu. W koncepcji *partycji* wolnej przestrzeni (ang. *partition*) poszczególne prostopadłościany są wzajemnie rozłączne.

W koncepcji *pokrycia* (ang. *cover*) wolna przestrzeń jest reprezentowana przez zbiór nachodzących na siebie prostopadłościanów. Dzięki temu uzyskuje się więcej swobody przy wyborze miejsca lokalizacji następnej paczki i zwykle bardziej efektywne upakowanie.

W pracy [8] analizowano, które z powyższych podejść gwarantuje uzyskanie upakowania robotowego. Taką gwarancję daje zastosowanie koncepcji punktów narożnych lub partycji wolnej przestrzeni. Natomiast w przypadku wyboru punktów krańcowych lub reprezentacji wolnej przestrzeni w postaci pokrycia, wyznaczony wzór upakowania może nie być możliwy do zapakowania przez robota. Wykazano jednak, że w szczególnym przypadku, gdy paczki są rozmieszczane tak, aby ich spody zawsze w

całości leżały bezpośrednio na palecie lub tylko na jednej innej paczce (pełne podparcie), to również wtedy uzyskujemy upakowanie robotowe.

Poniżej przedstawiona jest metoda, którą można zastosować w celu uzyskania robotowego upakowania w ogólnym przypadku, gdy z góry nie jest to zapewnione.

Metoda ta bazuje na analizie zagregowanego grafu poprzedzania $G_X + G_Y + G_Z$. Zakłada się, że graf ten będzie rozszerzany w kolejnych iteracjach wraz rozmieszczaniem kolejnych paczek na palecie. Aby sprawdzić, czy lokalizacja kolejno rozpatrywanej paczki nie jest kolizyjna wystarczyłoby w każdym kroku przeprowadzić sortowanie topologiczne rozszerzonego grafu. Pełne sortowanie topologiczne w każdej iteracji byłoby jednak czasochłonne. Zauważmy, że w kolejnych iteracjach uporządkowanie topologiczne grafu $G_X + G_Y + G_Z$ może się tylko zmienić dla tych wierzchołków, które bezpośrednio lub pośrednio są następnikami dołączanego wierzchołka. Można więc ograniczyć sortowanie topologiczne tylko do tej części grafu i w ten sposób zredukować czas obliczeń.

Niech $NumTop(v)$ oznacza numer wierzchołka v zgodny z aktualnym uporządkowaniem topologicznym. Proponowany schemat badania kolizyjności miejsca umieszczenia kolejnej paczki na palecie jest przedstawiony poniżej.

Wykrywanie kolizyjności miejsca pakowania

1. Rozszerz graf $G_X + G_Y + G_Z$ uwzględniając rozpatrywaną paczkę i miejsce jej rozważanej lokalizacji. Niech v będzie dołączanym wierzchołkiem reprezentującym tę paczkę.
2. $k \leftarrow \min(NumTop(w) : w \in Za(v))$, gdzie $Za(v)$ oznacza zbiór bezpośrednich następników wierzchołka v w rozszerzonym grafie $G_X + G_Y + G_Z$. Jeżeli takich następników nie ma, to przypisz do k liczbę wierzchołków występujących w tym grafie.
3. Usuń w grafie $G_X + G_Y + G_Z$ numerację topologiczną tych wierzchołków w , dla których $NumTop(w) \geq k$.
4. Przeprowadź sortowanie topologiczne nieponumerowanej części grafu i przypisz wierzchołkom kolejne numery zaczynając od k .
Jeżeli udało się ponumerować wszystkie wierzchołki, to paczka może pozostać w tej lokalizacji. W przeciwnym przypadku jest to lokalizacja kolizyjna – paczkę należy umieścić w innym miejscu i przywrócić początkową postać grafu $G_X + G_Y + G_Z$ oraz numerację topologiczną wierzchołków.

Bardzo często w algorytmach wyznaczania wzorów upakowania lokalizacja kolejno rozpatrywanej paczki jest wybierana na skraju dotychczas utworzonego częściowego upakowania. Wtedy wierzchołek dołączany do grafu $G_X + G_Y + G_Z$ zwykle nie ma następników, albo ma ich bardzo mało. W rezultacie modyfikacja numeracji topologicznej (krok 4) dotyczy wtedy tylko bardzo niewielu wierzchołków.

Aby w kolejnych iteracjach w sposób efektywny dokonywać rozszerzenia zagregowanego grafu poprzedzania $G_X + G_Y + G_Z$ o nowy wierzchołek, warto uporządkować dotychczas rozmieszczone paczki w trzech listach według ich położenia wzdłuż osi X , Y oraz Z .

Analizując działanie powyższego algorytmu na przykładzie z rys. 1 założmy, że algorytm wyznaczania tego wzoru rozkroju rozpatruje paczki w kolejności 1-2-3-4.

W pierwszej iteracji graf $G_X + G_Y + G_Z$ składa się tylko z wierzchołka 1, któremu zostaje przypisane $NumTop(1) = 1$. W drugiej iteracji dochodzi wierzchołek 2, z którego nie będzie wychodził żaden łuk. Zatem pozostaje $NumTop(1) = 1$ i dochodzi $NumTop(2) = 2$. Podobnie w trzeciej iteracji, graf $G_X + G_Y + G_Z$ jest rozszerzany o wierzchołek 3, który nie ma następnika, a zatem pozostaje $NumTop(1) = 1$ oraz $NumTop(2) = 2$ i dochodzi $NumTop(3) = 3$. W czwartej iteracji w grafie $G_X + G_Y + G_Z$ pojawia się wierzchołek 4, z którego wychodzi łuk do już ponumerowanego wierzchołka 2. Ponieważ $NumTop(2) = 2$, to ten wierzchołek oraz wierzchołek 3 z $NumTop(3) = 3$ przestają być ponumerowane, zaś dla wierzchołka 1 pozostaje $NumTop(1) = 1$. Przeprowadzana jest więc procedura sortowania topologicznego tylko dla wierzchołków 2, 3 i 4. Ponieważ do każdego z nich dochodzi łuk, gdyż tworzą one cykl, wykrywana jest kolizja oznaczająca, że paczka 4 nie może być umieszczona w miejscu pokazanym na rysunku 1. Nie byłoby to upakowanie robotowe. Zauważmy, że gdyby paczkę 4 umieścić nie przed, ale za paczką 3, to wtedy dałoby się uporządkować topologicznie wierzchołki 2, 3, 4 przypisując $NumTop(4) = 2$, $NumTop(2) = 3$ oraz $NumTop(3) = 4$. Zatem pakując paczki w kolejności 1-4-2-3 robot mógłby taki wzór upakowania wtedy ułożyć.

4. Podsumowanie

W pracy zaproponowano metodę analizy tworzonych wzorów upakowania pod kątem możliwości ich późniejszej realizacji przez robota. Ograniczenia robota wynikają z tego, że aby robot mógł umieścić towar na częściowo zapakowanej palecie, musi mieć swobodny dostęp do miejsca jego ułożenia. Proponowana metoda wykorzystuje grafową reprezentację upakowania, która jest na tyle elastyczna, że można w niej uwzględniać zróżnicowane zdolności manipulacyjne robota pakującego. W szczególności można ją adaptować także do stanowisk pakujących, które umożliwiają układanie paczek z każdej strony palety, np. przez robota z ramieniem umieszczonym nad paletą lub poprzez obrót palety. Wystarczy wtedy zastosować trochę bardziej rozbudowany model grafowy przedstawiony w pracach [7, 8].

LITERATURA

1. Ali S., Ramos A.G., Carravilla M.A., Oliveira J.F.: On-line three-dimensional packing problems: a review of off-line and on-line solution approaches. *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 168, 2022, 108122.
2. den Boef E., Korst J., Martello S., Pisinger D., Vigo D.: Erratum to "The three-dimensional bin packing problem": robot-packable and orthogonal variants of packing problems. *Operations Research*, Vol. 53, 2005, p. 735-736.
3. Bortfeldt A., Wäscher G.: Constraints in container loading – a state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, Vol. 229, 2013, p. 1-20.
4. Cormen T., Leiserson C., Rivest R.: Wprowadzenie do algorytmów, WNT, Warszawa, 1997.

5. Crainic T., Perboli G., Tadei R.: Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 20, 2008, p. 368-384.
6. Martello S., Pisinger D., Vigo D.: The three-dimensional bin packing problem. *Operations Research*, Vol. 48, 2000, p. 256-267.
7. Pieńkosz K.: Wyznaczanie sposobu pakowania palet dla robota. *Pomiary Automatyka Robotyka*, R. 25, Nr 2/2021, 2021, s. 11-16.
8. Pieńkosz K.: Graph models for identifying robot-packable patterns of pallet loading. *Operations Research and Decisions*, Vol. 34, 2024, p. 141-155.
9. Silva E.F., Toffolo T.A.M., Wauters T.: Exact methods for three-dimensional cutting and packing: a comparative study concerning single container problems. *Computers & Operations Research*, Vol. 109, 2019, p. 12-27.
10. Zhao X., Bennell J.A., Bektas T., Dowsland K.: A comparative review of 3D container loading algorithms. *International Transactions in Operational Research*, Vol. 23, 2016, p. 287-320.
11. Zhu W., Oon W., Lim A., Weng Y.: The six elements to block-building approaches for the single container loading problem. *Applied Intelligence*, Vol. 37, 2012, p. 431-445.