

Joanna KUROWSKA-PYSZ¹, Adam GAŁUSZKA²

¹ Akademia WSB, Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie S.A.

² Politechnika Śląska

MODELOWANIE DYSKRETNYCH FAZ RYNKU I PROCESÓW PRZEJŚĆ STANÓW W SYSTEMACH TRANSAKCYJNYCH TYPU CLOB

Streszczenie. Współczesne elektroniczne systemy obrotu instrumentami finansowymi stanowią złożone systemy zdarzeniowe, których funkcjonowanie można interpretować jako realizację procesów dyskretnych o skończonej liczbie stanów. W artykule przedstawiono model formalny rynku opartego na centralnej księdze zleceń (ang. *Central Limit Order Book, CLOB*), wykorzystujący teorię procesów dyskretnych oraz automatów stanowych. Zaproponowano reprezentację faz rynku jako stanów systemu oraz zdefiniowano mechanizmy przejść pomiędzy stanami wywoływane zdarzeniami rynkowymi, takimi jak zakończenie aukcji, przekroczenie limitów zmienności, zawieszenie instrumentu czy aktywacja zleceń warunkowych. Opracowany model umożliwia formalną analizę poprawności działania systemów transakcyjnych, identyfikację potencjalnych stanów krytycznych oraz ocenę wpływu parametrów rynku na jego stabilność.

MODELING DISCRETE MARKET PHASES AND STATE TRANSITION PROCESSES IN CLOB-BASED TRADING SYSTEMS

Summary. Modern electronic trading platforms constitute complex event-driven systems whose operation can be interpreted as the execution of discrete-state processes. This paper presents a formal model of a Central Limit Order Book (CLOB) market based on discrete event systems and finite-state automata theory. Market phases are represented as system states, while transitions are triggered by trading events such as auction completion, volatility interruptions, instrument suspensions, and activation of conditional orders. The proposed model enables formal verification of trading system behavior, identification of critical system states, and evaluation of the influence of market parameters on overall stability and operational efficiency.

1. Wprowadzenie

Współczesne elektroniczne systemy obrotu instrumentami finansowymi należą do grupy złożonych systemów zdarzeniowych czasu rzeczywistego. Ich funkcjonowanie opiera się na wykonywaniu dużej liczby operacji dyskretnych, takich jak przyjmowanie zleceń, modyfikacja parametrów transakcyjnych, realizacja dopasowań czy

przechodzenie pomiędzy kolejnymi fazami rynku [1, 10]. Z punktu widzenia teorii systemów zdarzeń dyskretnych platformy giełdowe mogą być interpretowane jako deterministyczne lub częściowo stochastyczne automaty skończone, których stany odpowiadają poszczególnym fazom handlu, natomiast przejścia są wywoływane przez określone zdarzenia rynkowe.

Rozwój handlu algorytmicznego oraz infrastruktury wysokiej wydajności powoduje wzrost zainteresowania formalnym modelowaniem procesów zachodzących w systemach giełdowych. Tradycyjne podejście finansowe coraz częściej uzupełniane jest metodami charakterystycznymi dla informatyki teoretycznej, automatyki oraz badań operacyjnych [8]. Szczególne znaczenie mają tutaj modele procesów dyskretnych umożliwiające analizę poprawności działania systemów oraz identyfikację potencjalnych stanów krytycznych [4, 5].

Celem pracy jest przedstawienie modelu rynku elektronicznego jako systemu zdarzeń dyskretnych, ze szczególnym uwzględnieniem mechanizmów przejść pomiędzy fazami rynku oraz ich wpływu na proces realizacji zleceń. Analiza została oparta na rozwiązaniach stosowanych w systemie GPW WATS, który wykorzystuje model Central Limit Order Book (CLOB), aukcje, notowania ciągłe, mechanizmy zmiennościowe oraz zaawansowane procedury kontroli rynku [3].

2. Rynek giełdowy jako dyskretny system zdarzeniowy

W teorii systemów dyskretnych stan systemu zmienia się wyłącznie w chwilach wystąpienia określonych zdarzeń [9]. Zakłada się, że zdarzeniami będą:

- wprowadzenie nowego zlecenia,
- anulowanie zlecenia,
- modyfikacja parametrów zlecenia,
- rozpoczęcie lub zakończenie aukcji,
- aktywacja zleceń warunkowych,
- przekroczenie limitów zmienności,
- zawieszenie lub wznowienie notowań.

W takim ujęciu rynek można opisać za pomocą automatu:

$$A = (S, E, \delta)$$

gdzie:

- S – zbiór stanów,
- E – zbiór zdarzeń,
- δ – funkcja przejścia stanów.

W systemie GPW WATS podstawowe stany rynku obejmują między innymi:

- Early Monitoring,
- Auction,
- Continuous Trading,
- Volatility Auction,
- Late Monitoring,
- Market Closed.

Każdy stan posiada własny zestaw reguł operacyjnych opisujących:

- dopuszczalne typy zleceń,
- mechanizmy dopasowania,
- warunki aktywacji zleceń,
- sposób publikacji danych rynkowych.

3. Model stanów rynku

Analizowany system można opisać grafem przejść stanów przedstawionym schematycznie jako:

MarketClosed → *EarlyMonitoring* → *Auction* → *ContinuousTrading*
oraz
ContinuousTrading → *VolatilityAuction* → *ContinuousTrading*

Dodatkowo możliwe są przejścia do stanów zawieszenia instrumentu w wyniku decyzji regulatora lub przekroczenia progów bezpieczeństwa. W modelu tym istotną rolę odgrywają przejścia nieszeregowalne. W przeciwieństwie do klasycznych harmonogramów czasu rzeczywistego są one generowane przez zdarzenia rynkowe i nie mogą zostać przewidziane z góry [2]. Przykładem jest automatyczne uruchomienie aukcji zmiennościowej po przekroczeniu dynamicznych lub statycznych ograniczeń cenowych.

Podejście takie jest zgodne z formalizmem sieci Petriego i automatów zdarzeniowych, gdzie kolejne stany osiągane są w wyniku aktywacji odpowiednich warunków logicznych [7, 9].

4. Dyskretne modelowanie procesu aukcyjnego

Aukcja giełdowa stanowi jeden z najciekawszych przykładów procesu dyskretnego występującego w systemach finansowych [6]. W trakcie jej trwania następuje akumulacja zleceń bez zawierania transakcji, natomiast wszystkie decyzje dotyczące realizacji podejmowane są w określonym momencie zakończenia aukcji.

Proces ten można przedstawić jako sekwencję zdarzeń:

$$Z_1 \rightarrow Z_2 \rightarrow Z_3 \rightarrow Z_4$$

gdzie:

- Z_1 – rozpoczęcie aukcji,
- Z_2 – napływ zleceń,
- Z_3 – wyznaczenie IMP,
- Z_4 – procedura uncrossing.

Algorytm wyznaczania orientacyjnej ceny dopasowania (IMP) realizowany jest według hierarchii kryteriów obejmujących:

- 1) maksymalizacji wolumenu obrotu,
- 2) minimalizacji różnicy między liczbą instrumentów finansowych w zleceniach sprzedaży i zleceniach kupna możliwych do zrealizowania po określonym kursie,

3) minimalizacji różnicy między kursem określonym a kursem odniesienia.

Stanowi to przykład dyskretnego procesu decyzyjnego o strukturze wieloetapowej. Analiza tego przykładu pokazuje, że pojedynczy stan „Auction” zawiera wewnętrzny proces dyskretny składający się z wielu kroków decyzyjnych.

5. Analiza przejść stanów podczas aukcji zmiennościowych

Istotnym elementem nowoczesnych systemów giełdowych są mechanizmy bezpieczeństwa określane jako Circuit Breakers. Odpowiadają one za wykrywanie sytuacji gwałtownych zmian cen i inicjowanie odpowiednich działań ochronnych.

Mechanizm można opisać za pomocą automatu:

ContinuousTrading → *VolatilityDetection* → *VolatilityAuction*
→ *ContinuousTrading*

Przejście do aukcji zmiennościowej następuje po przekroczeniu dynamicznych lub statycznych ograniczeń cenowych. W praktyce oznacza to automatyczne wygenerowanie dodatkowego stanu rynku nieobecnego w standardowym harmonogramie sesji. Z punktu widzenia teorii procesów dyskretnych jest to przykład automatycznej rekonfiguracji systemu wywołanej zdarzeniem krytycznym.

6. Analiza algorytmu Uncrossing

Szczególnie interesującym przykładem procesu dyskretnego jest procedura Uncrossing realizowana po zakończeniu aukcji. Proces ten obejmuje trzy etapy:

1. wybór zleceń kwalifikowanych,
2. alokację wolumenu,
3. generowanie transakcji.

Każdy etap może być traktowany jako oddzielny stan automatu decyzyjnego:

Selection → *Allocation* → *Matching*

Przykład. Po zakończeniu fazy akumulacji zleceń wyznaczono cenę równowagi (IMP) równą 21,60 oraz maksymalny wolumen realizacji 180 instrumentów. Następnie uruchomiono procedurę Uncrossing, której zadaniem jest przydział wolumenów zgodnie z regułą priorytetu ceny i czasu (Price-Time Priority).

Tabela 1

Zestawienie wolumenów kwalifikowanych do aukcji

Strona rynku	Wolumen [szt.]
Kupno	220
Sprzedaż	180
Wolumen możliwy do realizacji	180
Niezrealizowana nadwyżka kupna	40

Na podstawie wyznaczonej ceny aukcyjnej zidentyfikowano wszystkie zlecenia spełniające kryteria realizacji, co zostało podsumowane w tabeli 1. Ponieważ całkowity wolumen sprzedaży był mniejszy od wolumenu kupna, wszystkie zlecenia sprzedaży zostały wykonane w całości, natomiast część zleceń kupna została zrealizowana jedynie częściowo, co zostało przedstawione w tabeli 2.

Tabela 2

Wynik procedury Uncrossing

Parametr	Wartość
Cena aukcyjna (IMP)	21,60
Wolumen aukcyjny	180
Liczba wygenerowanych transakcji	9
Reguła alokacji	Price-Time Priority
Nadwyżka po aukcji	40

Procedura dopasowania przebiegała sekwencyjnie. Zlecenia zostały uporządkowane według ceny, a następnie według czasu wprowadzenia do systemu. Kolejne transakcje generowano aż do wyczerpania krótszej strony rynku, tj. strony sprzedaży. Ostatecznie osiągnięto maksymalny możliwy wolumen obrotu przy zachowaniu wszystkich ograniczeń aukcyjnych.

7. Porównanie aukcji i notowań ciągłych

Notowania ciągle reprezentują drugi podstawowy tryb pracy rynku. W tym przypadku system realizuje zdarzenia natychmiast po ich wystąpieniu. Każde nowe zlecenie może wywołać zmianę stanu książki zleceń.

Formalnie można opisać ten mechanizm jako:

OrderArrival → *Matching* → *BookUpdate*

Przebieg procesu jest lokalny i wykonywany dla każdego zdarzenia niezależnie.

Dokumentacja GPW WATS [3] przedstawia szczegółowy przykład działania algorytmu Price-Time Matching. Kolejność realizacji zleceń zależy od dwóch parametrów:

- ceny,
- czasu pojawienia się zlecenia.

8. Wnioski

Przeprowadzona analiza potwierdza, że nowoczesne systemy transakcyjne można skutecznie modelować jako systemy zdarzeń dyskretnych. Poszczególne fazy rynku odpowiadają stanom automatu, natomiast zdarzenia rynkowe realizują funkcje przejść pomiędzy tymi stanami.

Szczególnie interesujące są mechanizmy aukcyjne i zmiennościowe, które tworzą wieloetapowe procesy decyzyjne o ściśle określonych własnościach formalnych.

Analiza przykładów pochodzących z systemu GPW WATS pokazuje możliwość wykorzystania teorii automatów, sieci Petriego oraz systemów zdarzeń dyskretnych do badania efektywności i stabilności współczesnych rynków finansowych.

W przyszłych pracach badawczych przedstawiony model może zostać rozszerzony o elementy stochastyczne, modele kolejkowe oraz metody formalnej weryfikacji właściwości bezpieczeństwa systemów giełdowych.

Podziękowania. Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój 2014-2020. Działanie 1.1 Podziałanie 1.1.1. Projekt realizowany w ramach konkursu Narodowego Centrum Badań i Rozwoju: Szybka Ścieżka. Tytuł projektu: *Przeprowadzenie prac badawczo-rozwojowych w zakresie opracowania oraz implementacji zintegrowanej nowoczesnej Platformy Transakcyjnej przełomowej pod względem parametrów wydajnościowych i pojemnościowych oraz nowatorskich protokołów komunikacyjnych oraz algorytmów zawierania transakcji*. Beneficjent: *Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie S.A.*

LITERATURA

1. Cassandras C.G., Lafortune S.: *Introduction to Discrete Event Systems*, Springer, New York, 2021.
2. Foucault T., Pagano M., Röell A.: *Market Liquidity: Theory, Evidence and Policy*, Oxford University Press, Oxford, 2013.
3. GPW WATS 1.01 Trading System Version 1.7.13, Warsaw Stock Exchange, Warszawa, 2026.
4. Harris L.: *Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners*, Oxford University Press, New York, 2003.
5. Hasbrouck J.: *Empirical Market Microstructure*, Oxford University Press, New York, 2007.
6. Law A.M.: *Simulation Modeling and Analysis*, McGraw-Hill, New York, 2015.
7. Murata T.: *Petri Nets: Properties, Analysis and Applications*, Proceedings of the IEEE, 77(4), 1989.
8. O'Hara M.: *Market Microstructure Theory*, Blackwell Publishers, Cambridge, 1995.
9. Reisig W.: *Understanding Petri Nets*, Springer, Berlin, 2013.
10. Zhou M., Venkatesh K.: *Modeling, Simulation and Control of Flexible Manufacturing Systems*, World Scientific, Singapore, 1999.