

Klaudia KRAWIEC, Roger KSIAŻEK, Weronika ŁYSZCZAN,
Aleksander WOŹNIAK, Piotr ŁEBKOWSKI
AGH w Krakowie

MODEL OPTYMALIZACJI PRZEPŁYWÓW ENERGII W ROZPROSZONYM SYSTEMIE JEJ MAGAZYNOWANIA BEZ MOŻLIWOŚCI WSPÓŁDZIAŁANIA MAGAZYNÓW

Streszczenie. W artykule przedstawiono liniowy model do optymalizacji przepływu energii w systemie ze wspólnymi źródłami zasilania oraz indywidualnymi magazynami energii. Kryterium decyzyjnym w modelu jest minimalizacja kosztów energii elektrycznej przy uwzględnieniu ograniczeń produkcji, pojemności magazynów oraz strat energii. Działanie modelu zilustrowano przykładem obliczeniowym.

AN OPTIMIZATION MODEL FOR ENERGY FLOWS IN A DISTRIBUTED ENERGY STORAGE SYSTEM WITHOUT ENERGY STORAGE SHARING

Summary. The paper presents a linear optimization model for energy flow management in a system with shared energy sources and individual energy storage units. The objective is to minimize electricity costs while considering generation limits, storage capacities and energy losses. The proposed model is illustrated using a computational example.

1. Wprowadzenie

Rozwój odnawialnych źródeł energii oraz lokalnych systemów magazynowania energii powoduje wzrost znaczenia metod optymalizacyjnych wspierających zarządzanie przepływami energii. Szczególnie istotną rolę odgrywają instalacje fotowoltaiczne, które mogą ograniczać koszty zakupu energii z sieci elektroenergetycznej, jednak ich produkcja ma charakter zmienny i zależy od warunków pogodowych oraz pory dnia. Z tego powodu bezpośrednie wykorzystanie energii z PV nie zawsze pokrywa się z chwilowym zapotrzebowaniem odbiorców. W literaturze podkreśla się, że magazyny energii mogą poprawiać elastyczność lokalnych systemów energetycznych, umożliwiając przesuwanie wykorzystania nadwyżek produkcji z okresów wysokiej generacji na okresy większego zapotrzebowania lub niższej produkcji OZE [10, 17, 5].

W badaniach dotyczących zarządzania energią szeroko stosowane są zarówno klasyczne modele programowania matematycznego, jak i metody heurystyczne oraz metaheurystyczne. Modele optymalizacyjne pozwalają na ilościowe ujęcie zależności pomiędzy kosztami energii, ograniczeniami technicznymi źródeł, pojemnością magazynów oraz zapotrzebowaniem odbiorców. W zależności od charakteru problemu wykorzystuje się programowanie liniowe, całkowitoliczbowe, mieszane całkowitoliczbowe,

nieliniowe lub algorytmy przybliżone. Programowanie liniowe jest szczególnie przydatne w sytuacjach, w których zależności technologiczne mogą zostać opisane liniowo, a zmienne decyzyjne mają charakter ciągły. Takie podejście umożliwia szybkie wyznaczanie rozwiązań optymalnych, co ma znaczenie przy analizie większych systemów oraz dłuższych horyzontów planowania [18, 20, 14].

Znaczna część literatury koncentruje się na optymalizacji pracy mikrosieci, inteligentnych budynków oraz systemów hybrydowych łączących OZE, magazyny energii i sieć elektroenergetyczną. Prace dotyczące mikrosieci wskazują na możliwość ograniczenia kosztów energii, emisji oraz importu energii z sieci poprzez odpowiednie sterowanie źródłami odnawialnymi i magazynami [9, 21, 16]. Podobne zagadnienia analizowane są w kontekście inteligentnych budynków i lokalnych systemów zarządzania energią, gdzie celem jest poprawa efektywności energetycznej oraz dopasowanie zużycia energii do dostępnej produkcji lokalnej [4, 13, 12]. W wielu pracach podkreśla się również znaczenie odpowiedniego doboru pojemności magazynów oraz strategii ich ładowania i rozładowywania, ponieważ bezpośrednio wpływa to na koszty funkcjonowania systemu i stopień wykorzystania energii odnawialnej [1, 2, 7, 11, 19].

Odrębny nurt badań obejmuje zastosowanie algorytmów heurystycznych i metaheurystycznych do optymalizacji systemów hybrydowych. W literaturze opisywane są m.in. algorytmy genetyczne, PSO, ABC oraz inne podejścia przybliżone stosowane do doboru wielkości komponentów, harmonogramowania pracy źródeł i magazynów oraz minimalizacji kosztów operacyjnych [6, 3, 15, 8]. Metody te są użyteczne zwłaszcza w problemach złożonych, nieliniowych lub zawierających zmienne dyskretne, jednak mogą wymagać większego nakładu obliczeniowego i nie zawsze gwarantują znalezienie rozwiązania globalnie optymalnego.

Na tle przedstawionych badań celem artykułu jest opracowanie i weryfikacja liniowego modelu optymalizacji przepływów energii w systemie ze wspólnymi źródłami zasilania oraz indywidualnymi magazynami energii, bez możliwości współdzielenia zgromadzonej energii. Model umożliwia wyznaczanie przepływów energii minimalizujących całkowity koszt zasilania przy uwzględnieniu ograniczeń technicznych systemu. W pracy analizowano również wpływ magazynów energii na wykorzystanie nadwyżek produkcji z instalacji fotowoltaicznej w kolejnych okresach planowania.

2. Problem wyznaczenia kierunków i wielkości przepływu energii dla rozproszonego systemu magazynów bez możliwości ich współdzielenia

Rozważany jest system energetyczny składający się z grupy odbiorców energii elektrycznej korzystających ze wspólnych źródeł zasilania. Przykładem takiego systemu może być kompleks domków przeznaczonych na wynajem wyposażonych we wspólną instalację fotowoltaiczną. Każdy obiekt posiada indywidualny magazyn energii, który może być wykorzystywany wyłącznie na potrzeby własnego odbiorcy. W analizowanym wariantcie nie dopuszcza się przekazywania energii pomiędzy magazynami poszczególnych obiektów.

Dostępными źródłami energii są instalacja fotowoltaiczna oraz zewnętrzna sieć elektroenergetyczna. Produkcja energii z instalacji fotowoltaicznej zmienia się w kolejnych okresach planowania i zależy od warunków nasłonecznienia. Natomiast energia pobierana z sieci elektroenergetycznej jest dostępna przez cały horyzont planowania,

jednak jej wykorzystanie wiąże się z wyższym kosztem zakupu.

W każdym okresie planowania model decyduje o ilości energii pobieranej z poszczególnych źródeł, ilości energii kierowanej do magazynów, ilości energii pobieranej z magazynów oraz poziomie energii zgromadzonej w każdym magazynie. Dodatkowo uwzględniono ograniczenia wynikające z pojemności magazynów, dostępności energii ze źródeł oraz strat występujących podczas magazynowania i poboru energii.

Celem opracowanego modelu jest wyznaczenie takich kierunków i wielkości przepływów energii, które zapewnią pokrycie zapotrzebowania wszystkich odbiorców przy minimalnym całkowitym koszcie funkcjonowania systemu. W modelu wykorzystano oznaczenia przedstawione w tabeli 1. Zdefiniowano zbiory, parametry oraz zmienne decyzyjne wykorzystywane podczas formułowania modelu programowania liniowego.

Tabela 1

Oznaczenia wykorzystane w modelu.

Zbiory	
T	= zbiór okresów planowania; $t = 0$ oznacza okres początkowy, natomiast $t = 1, \dots, n$ oznaczają kolejne okresy planowania;
H	- zbiór odbiorców energii;
E	- zbiór źródeł energii;
Parametry	
$d_{h,t}$	- zapotrzebowanie odbiorcy h na energię w okresie t ;
$c_{e,t}$	- koszt jednostkowy energii ze źródła e ;
$r_{e,t}$	- dostępna ilość energii ze źródła e w okresie t ;
m_h	- pojemność magazynu energii odbiorcy h ;
α_h	- współczynnik strat energii podczas magazynowania;
α'_h	- współczynnik strat energii podczas poboru z magazynu;
$\beta_{h,e,t}$	- maksymalny udział zapotrzebowania odbiorcy h , który może zostać pokryty bezpośrednio ze źródła e ;
Zmienne decyzyjne	
$x_{h,e,t}$	- energia dostarczona bezpośrednio ze źródła e do odbiorcy h ;
$y_{h,e,t}$	- energia skierowana ze źródła e do magazynu odbiorcy h ;
$z_{h,t}$	- energia pobrana z magazynu odbiorcy h ;
$I_{h,t}$	- poziom energii zgromadzonej w magazynie odbiorcy h ;

2.1. Model dla zadania minimalizacji całkowitych kosztów energii dla rozproszonego systemu magazynów bez możliwości ich współdzielenia

Model został sformułowany jako zadanie programowania liniowego.

Funkcja celu ma postać:

$$\min \sum_{h \in H} \sum_{e \in E} \sum_{t \in T} c_{e,t} x_{h,e,t} + \sum_{h \in H} \sum_{e \in E} \sum_{t \in T} c_{e,t} y_{h,e,t}. \quad (1)$$

Przepływy energii ograniczają następujące zależności:

$$\sum_{e \in E} x_{h,e,t} + (1 - \alpha'_h) z_{h,t} = d_{h,t}, \quad h \in H, t > 0. \quad (2)$$

$$(1 - \alpha_h)I_{h,t-1} + \sum_{e \in E} y_{h,e,t} - z_{h,t} = I_{h,t}, \quad h \in H, t > 0. \quad (3)$$

$$\sum_{h \in H} x_{h,e,t} + \sum_{h \in H} y_{h,e,t} \leq r_{e,t}, \quad e \in E, t > 0. \quad (4)$$

$$I_{h,t-1} + \sum_{e \in E} y_{h,e,t} \leq m_h, \quad h \in H, t > 0. \quad (5)$$

$$x_{h,e,t} \leq \beta_{h,e,t} d_{h,t}, \quad h \in H, e \in E, t > 0. \quad (6)$$

$$I_{h,0} = 0, \quad h \in H. \quad (7)$$

$$x_{h,e,t}, y_{h,e,t}, z_{h,t}, I_{h,t} \geq 0. \quad (8)$$

Funkcja celu (1) minimalizuje całkowity koszt energii dostarczanej bezpośrednio do odbiorców oraz energii kierowanej do magazynów. Ograniczenie (2) zapewnia pokrycie zapotrzebowania każdego odbiorcy w każdym okresie, z uwzględnieniem energii pobieranej z lokalnego magazynu oraz strat konwersji. Równanie (3) opisuje bilans energii w magazynie, obejmując poziom energii z poprzedniego okresu, ładowanie, rozładowanie oraz straty magazynowania. Ograniczenie (4) limituje wykorzystanie dostępnej energii ze źródeł, natomiast (5) zapewnia nieprzekroczenie pojemności magazynów. Ograniczenie (6) uwzględnia maksymalny udział zapotrzebowania, który może zostać pokryty bezpośrednio z danego źródła. Warunki (7)–(8) określają początkowy poziom energii w magazynach oraz nieujemność zmiennych.

3. Przykład obliczeniowy i analiza wyników

Przykład obliczeniowy przygotowano dla systemu obejmującego pięciu odbiorców energii korzystających ze wspólnej instalacji fotowoltaicznej oraz zewnętrznej sieci elektroenergetycznej. Każdy odbiorca posiada indywidualny magazyn energii, wykorzystywany wyłącznie na potrzeby własne. Nie dopuszcza się współdzielenia energii zgromadzonej w magazynach pomiędzy obiektami. Horyzont planowania obejmuje 12 okresów oraz okres początkowy $t = 0$, w którym poziom energii w magazynach przyjęto jako zerowy. Koszt energii z sieci wynosi 9 zł/kWh, natomiast koszt energii z instalacji PV wynosi 1 zł/kWh. Charakterystykę odbiorców przedstawiono w tabeli 2. Łączne zapotrzebowanie wszystkich obiektów wynosi 896 kWh.

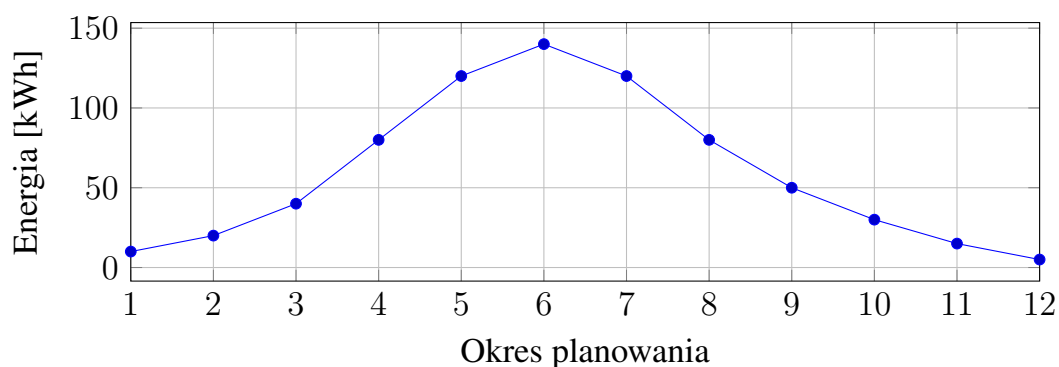
Dostępność energii z instalacji fotowoltaicznej przedstawiono na rysunku 1. Produkcja PV ma typowy profil dobowy: jest niewielka w pierwszych i końcowych okresach, natomiast maksimum osiąga w środkowej części horyzontu planowania.

Dla analizowanego scenariusza minimalna wartość funkcji celu wyniosła 2500,51 zł. Zbiornicze wyniki optymalizacji zestawiono w tabeli 3. Bezpośrednio z instalacji PV dostarczono do odbiorców 530,58 kWh, a dodatkowe 179,42 kWh skierowano do magazynów. Energia z sieci pełniła funkcję źródła uzupełniającego i wyniosła 198,95 kWh.

Bilans energii dla poszczególnych odbiorców przedstawiono w tabeli 4. Największe wykorzystanie magazynu występuje dla obiektu H1, co wynika z najwyższego zapotrzebowania oraz największej pojemności magazynu. Istotną rolę magazyn odgrywa

Tabela 2

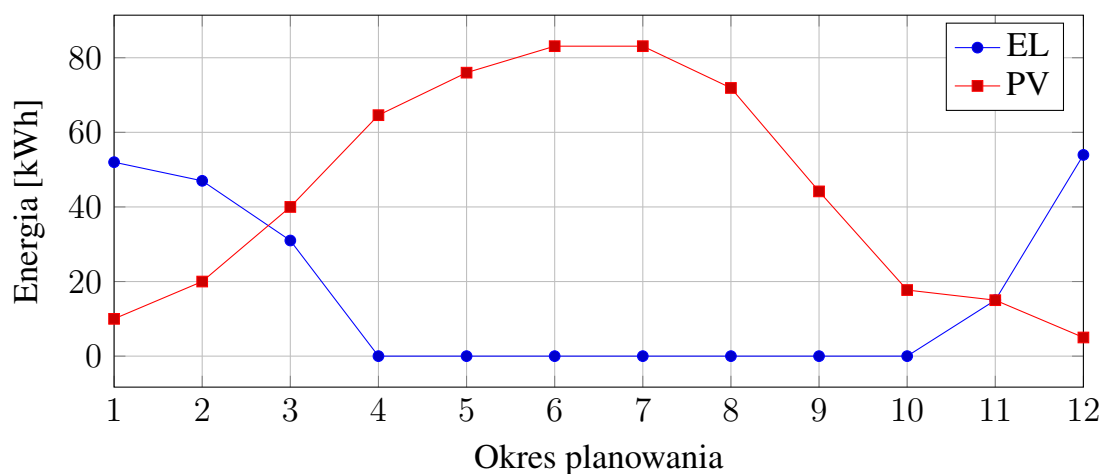
Obiekt	Zapotrzebowanie [kWh]	Magazyn [kWh]	α	α'
H1	234	60	0.020	0.010
H2	174	50	0.030	0.015
H3	198	55	0.025	0.010
H4	128	40	0.020	0.020
H5	162	45	0.030	0.015



Rys. 1. Dostępna energia z instalacji fotowoltaicznej

również dla H4, którego profil wykorzystania PV jest słabiej dopasowany do produkcji źródła. Obiekty H2 i H5 w większym stopniu korzystają z bezpośredniego zasilania z instalacji PV.

Przebieg bezpośrednich dostaw energii z sieci i instalacji PV przedstawiono na rysunku 2. W okresach 1–3 produkcja PV jest niewystarczająca, dlatego część energii pobierana jest z sieci. W okresach 4–10 instalacja PV staje się podstawowym źródłem zasilania, a energia z sieci nie jest wykorzystywana. W końcowych okresach produkcja PV maleje, dlatego system korzysta z magazynów oraz uzupełniając z sieci.



Rys. 2. Bezpośrednie dostawy energii z sieci elektroenergetycznej oraz instalacji fotowoltaicznej do odbiorców

Tabela 3

Zbiornicze wyniki optymalizacji

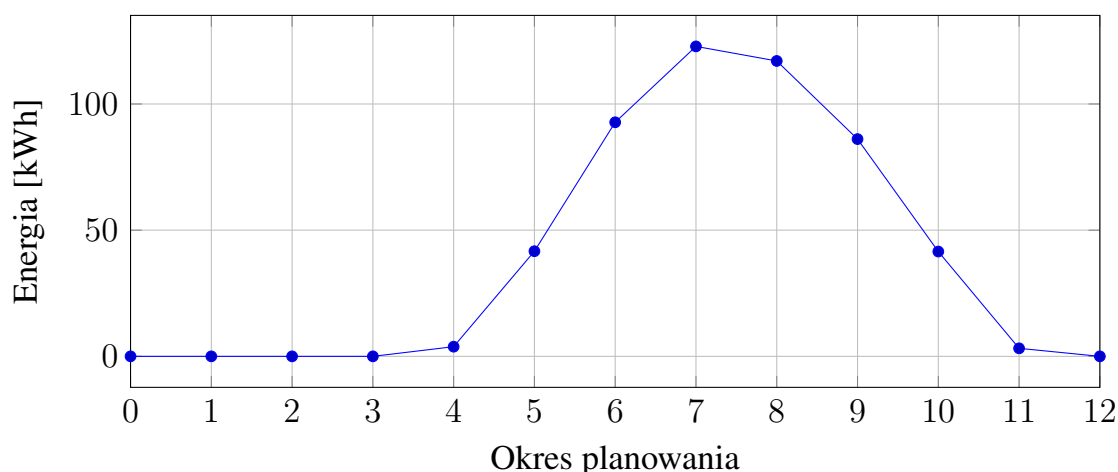
Wielkość	Wartość
Minimalny koszt całkowity [zł]	2500.51
Łączne zapotrzebowanie odbiorców [kWh]	896.00
Energia z PV dostarczona bezpośrednio do odbiorców [kWh]	530.58
Energia z sieci dostarczona bezpośrednio do odbiorców [kWh]	198.95
Energia z PV skierowana do magazynów [kWh]	179.42
Energia pobrana z magazynów [kWh]	168.76

Tabela 4

Bilans energii dla poszczególnych odbiorców

Obiekt	Zapotrzebowanie [kWh]	PV [kWh]	EL [kWh]	Magazyn [kWh]	Maks. I [kWh]
H1	234	104.73	62.70	67.24	56.57
H2	174	117.30	45.00	11.88	1.52
H3	198	137.75	33.20	27.32	29.65
H4	128	61.10	22.25	45.56	37.35
H5	162	109.70	35.80	16.75	0.00

Zmiany całkowitego poziomu energii zgromadzonej w magazynach przedstawiono na rysunku 3. Magazyny są ładowane głównie w środkowej części horyzontu planowania, gdy produkcja PV jest najwyższa. Maksymalny poziom energii występuje w okresie 7 i wynosi 122,82 kWh. Następnie energia zgromadzona w magazynach jest stopniowo wykorzystywana, co ogranicza konieczność zakupu droższej energii z sieci.



Rys. 3. Łączny poziom energii zgromadzonej we wszystkich magazynach energii

Wyniki potwierdzają poprawność działania modelu. Model w pierwszej kolejności wykorzystuje tańszą energię z instalacji fotowoltaicznej, następnie magazynuje jej nadwyżki, a energię z sieci traktuje jako źródło uzupełniające. Oznacza to, że zapropo-

nowany model pozwala wyznaczać optymalne kosztowo przepływy energii w systemie ze wspólnymi źródłami zasilania i indywidualnymi magazynami energii.

4. Wnioski

W artykule przedstawiono model programowania liniowego służący do optymalizacji przepływów energii w systemie obejmującym wspólne źródła zasilania oraz indywidualne magazyny energii przypisane do poszczególnych odbiorców, bez możliwości ich współdzielenia. Model umożliwia jednocześnie określenie ilości energii dostarczanej bezpośrednio ze źródeł, energii kierowanej do magazynów oraz energii pobieranej z magazynów w kolejnych okresach planowania.

Przeprowadzony przykład obliczeniowy potwierdził, że zaproponowany model pozwala wyznaczyć rozwiązanie minimalizujące całkowity koszt zasilania odbiorców. Wyniki pokazują, że model w pierwszej kolejności wykorzystuje tańszą energię z instalacji fotowoltaicznej, magazynuje jej nadwyżki, a energię z sieci elektroenergetycznej traktuje jako źródło uzupełniające. Magazyny energii umożliwiają przesunięcie wykorzystania energii odnawialnej z okresów wysokiej produkcji PV na okresy, w których produkcja ta jest niższa.

Zastosowanie wyłącznie zmiennych ciągłych pozwala zachować liniowy charakter modelu, co ułatwia jego szybkie rozwiązywanie nawet dla większych instancji problemu. Dalsze badania mogą obejmować rozszerzenie modelu o możliwość współdzielenia energii pomiędzy magazynami, analizę magazynu centralnego, zmienne ceny energii, ograniczenia mocy ładowania i rozładowywania oraz porównanie wariantów LP i MIP.

Badania zostały sfinansowane z subwencji oraz ze środków programu „Inicjatywa Doskonałości – Uczelnia Badawcza” dla AGH.

LITERATURA

1. Adamek F., Arnold M., Andersson G.: On decisive storage parameters for minimizing energy supply costs in multicarrier energy systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2014, Vol.5(1), p. 102 – 109.
2. Alfaverh K., Fawaier M., Szamel L.: Optimizing home energy flows and battery management with supervised and unsupervised learning in renewable systems. *Electronics*, 2025, Vol.14(6), p. 1166.
3. Anoune K., Ghazi M., Bouya M., Laknizi A., Ghazouani M., Abdellah A. B., Astito A.: Optimization and techno-economic analysis of photovoltaic-wind-battery based hybrid system. *Journal of Energy Storage*, 2020, Vol.32, p. 101878.
4. Arnone D., Croce V., Paternò G., Rossi A., Emma S., Miceli R., Di Tommaso A.: Energy management of multi-carrier smart buildings for integrating local renewable energy systems. 2016, p. 845 – 850.
5. Babiaryz A., Kolasa P.: Magazyny energii po zmianach prawa energetycznego - czy zakres zmian wystarczająco znosi bariery rozwoju magazynów energii? *Nowa Energia*, 2021, (2), p. 66–69.

6. Donepudi S. R., Priyanka M. V., Jahn timer K., Swathi M.: Optimization of energy storage device in photo voltaic system. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, Vol.12(Special Issue 1), p. 547 – 552.
7. Emrani A., Achour Y., Sanjari M. J., Berrada A.: Adaptive energy management strategy for optimal integration of wind/pv system with hybrid gravity/battery energy storage using forecast models. *Journal of Energy Storage*, 2024, Vol.96, p. 112613.
8. Fazal M. R., Alali M. A. E., Phulpin T., Le Forestier R., Goasguen C.: Implementation of a priority-based energy management scheme with a common control strategy for pv and battery integrated shunt active filters. *Energy Conversion and Management: X*, 2025, Vol.26, p. 100977.
9. Gheouany S., Ouadi H., El Bakali S.: Experimental and comparative study on optimal active and reactive energy management in microgrid: Moroccan vs time of use tariff. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2025, Vol.212, p. 115414.
10. Gutowski B.: Magazynowanie energii. *Nowa Energia*, 2023, (4), p. 32–35.
11. Güven A. F., Mengi O. : Assessing metaheuristic algorithms in determining dimensions of hybrid energy systems for isolated rural environments: Exploring renewable energy systems with hydrogen storage features. *Journal of Cleaner Production*, 2023, Vol.428.
12. Kaczmarczyk M., Książek R., Hałaj E., Gdowska K., Kapłan R., Pełka G., Luboń W.: Assessing discrepancies in heat demand: A case study of diverse energy management systems within the energy performance certificate framework in a student's dormitory. *Energy and Buildings*, 2025, Vol.329.
13. Kefer K., Kefer P., Hanghofer R., Stöger M., Hofer B., Affenzeller M., Winkler S.: Optimization of Complex Thermally Electrically Coupled Buildings using Genetic Programming to Identify Optimal Energy Flow Controllers. 2021, p. 55 – 65.
14. Konarzewska I., Jewczak M., Kucharski A.: Optymalizacja w logistyce, tom 1. Modelowanie logistycznych procesów decyzyjnych. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego 2020.
15. Kucuksari S., Mazhari E., Bloomfield R., Son Y.-J.: Energy management system using policy based hierarchical simulation framework. 2012, p. 1545 – 1554.
16. Phan-Van L., Takano H., Nguyen Duc T.: A comparison of different metaheuristic optimization algorithms on hydrogen storage-based microgrid sizing. *Energy Reports*, 2023, Vol.9, p. 542 – 549.
17. Rafał K., Grabowski P.: Magazynowanie energii. *ACADEMIA. Magazyn Polskiej Akademii Nauk*, 2021, p. 34–40.
18. Sawik T.: Badania operacyjne dla inżynierów zarządzania. Wydawnictwo AGH 1998.
19. Shaier A. A., Elymany M. M., Enany M. A., Elsonbaty N. A.: Multi-objective optimization and algorithmic evaluation for ems in a hres integrating pv, wind, and backup storage. *Scientific Reports*, 2025, Vol.15(1), p. 1147.

20. Sikora W.: Badania operacyjne. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne 2008.
21. Veluchamy K., Veluchamy M.: A new energy management technique for micro-grid system using muddy soil fish optimization algorithm. International Journal of Energy Research, 2021, Vol.45(10), p. 14824 – 14844.