Maciej HOJDA
Politechnika Wrocławska

ALGORYTM ALOKACJI ZADAŃ W SYSTEMACH WIELOROBOTOWYCH Z JEDNAKOWYMI REALIZATORAMI

Streszczenie. Praca dotyczy problemu alokacji zadań w systemach wielorobotowych. Rozpatrywany problem polega na przydziale identycznych realizatorów do zadań i na wyborze trybu pracy realizatora. Celem przydziału jest minimalizacja zużycia zasobów wykorzystywanych przez realizatory. W pracy zaproponowany został aproksymacyjny algorytm rozwiązania zastępczego problemu o osłabionych ograniczeniach na zasoby.

ALGORITHM FOR A MULTI-ROBOT TASK ALLOCATION PROBLEM WITH IDENTICAL EXECUTORS

Summary. The paper deals with a problem of task allocation in multi-robot systems. Considered problem focuses on allocation of identical executors to tasks and on choosing a work mode for each executor. The goal of the allocation is to minimize the total resource use. Proposed was an approximate solution algorithm for a substitutive problem with relaxed resource constraints.

1. Wprowadzenie

Współczesne systemy wielorobotowe są w stanie wykonywać zróżnicowany zakres skomplikowanych zadań. Zespoły złożone z robotów są w stanie szybko i efektywnie rozwiązywać problemy przekraczające zdolności pojedynczego robota. Przykłady skutecznego zastosowania kooperujących robotów można znaleźć w przemyśle [8], w zadaniach inspekcji i monitoringu [3], przy eksploracji [17], podczas gromadzenia danych [19] i w operacjach o zastosowaniu militarnym [4]. Roboty są w stanie skutecznie pracować w każdym z tych środowisk nie tylko dzięki ich indywidualnym umiejętnościom, lecz także dzięki stosowanym metodom kooperacji. Efektywna koordynacja robotów jest niezbędnym elementem skutecznie działającego systemu wielorobotowego. W niniejszej pracy sformalizowany i rozwiązany został problem koordynacji identycznych robotów w problemie alokacji zadań.

Rozpatrzmy zbiór robotów (lub realizatorów) zdolnych do wykonania powierzonych im zadań. Zadania są charakteryzowane przez koszt wykonania, a realizatory posiadają limitowany zbiór zasobów. Prezentowany problem decyzyjny polega na takim przydziale realizatorów do zadań, który minimalizuje całkowite zużycie zasobu, jednocześnie gwarantując wykonanie wszystkich zadań. Zadania mogą być dostatecznie złożone, aby do ich wykonania niezbędna była współpraca wielu realizatorów jednocześnie. Dopuszczalna jest też taka sytuacja, w której jeden realizator wykonuje całość lub część wielu zadań jednocześnie. Przykładem takiego problemu jest zautomatyzowana obserwacja zadanego obszaru przez zasilane baterią autonomiczne pojazdy latające. Obszar podzielony jest na fragmenty, a obserwacja całego fragmentu to pojedyncze zadanie. W zależności od rozmiaru wydzielonych fragmentów, możliwe jest wykonanie całego zadania przez pojedynczy realizator. Jeśli fragment ma skomplikowany kształt lub duży rozmiar, konieczna jest współpraca wielu pojazdów. Przykłady takich problemów można odnaleźć w literaturze [14, 12, 15].

Aby odzwierciedlić różny stopień zaangażowania realizatorów w wykonywanie zadań, dopuszczona została możliwość pracy w różnych trybach – każdy realizator może wykonywać każde zadanie w jednym z dostępnych trybów. Tryby reprezentują różne stopnie natężenia pracy i zestawy różnych narzędzi. Przykładem zróżnicowanych narzędzi są kamery o wielu trybach pracy (różna rozdzielczość) lub roboty z wieloma kamerami [18].

Praca została podzielona na pięć części: niniejszy wstęp, przegląd literaturowy, sformułowanie problemu, algorytm rozwiązania i podsumowanie.

2. Przegląd literaturowy

Rozpatrywany problem należy do grupy MRTA (ang. Multi-Robot Task Allocation), która jest zbiorem problemów alokacji (i szeregowania) zadań. MRTA dotyczy problemów intencjonalnej kooperacji robotów, czyli problemów, w których decyzja polega na przydziale grupy robotów do grupy zadań tak, aby optymalizować wydajność systemu przy zadanych ograniczeniach [10]. Zakres problemów MRTA, wraz ze wstępną analizą ówczesnych rozwiązań, można odnaleźć w pracy [5]. Tam znajduje się również taksonomia dzieląca zagadnienia ze względu na liczbę robotów realizujących pojedyncze zadanie (jeden lub wiele), ze względu na liczbę zadań przypisanych do pojedynczego robota (jedno lub wiele) i ze względu na rozłożenie alokacji w czasie (natychmiastowa lub czasowo-rozłożona alokacja).

Problem prezentowany w tej pracy charakteryzuje możliwość przypisania wielu robotów do pojedynczego zadania i wielu zadań do pojedynczego realizatora, przy czym alokacja jest natychmiastowa (wszystkie dane problemu są znane przez jego rozwiązaniem). Problem ten jest jednym z bardziej skomplikowanych w grupie MRTA. Zgodnie z [10] istnieją dwa główne sposoby na rozwiązanie tak postawionego problemu: metody aukcyjne i metody optymalizacyjne. Metody aukcyjne uwzględniają aukcje kombinatoryczne [1], aukcje iterowane [11] i handel peer-to-peer [21]. O ile dobrą cechą takich podejść jest odporność na błędy i awarie pojedynczych realizatorów, to oferowana przez nie wydajność jest często niewystarczająca. Podejścia optymalizacyjne dostarczają rozwiązania o lepszej jakości i uwzględniają takie metody, jak symulowane wyżarzanie [16] i algorytmy genetyczne [9]. W pracy [13] zaproponowane zostało połączenie podejścia scentralizowanego i zdecentralizowanego, zaś w pracy [20] autorzy uwzględnili powiązania między zadaniami (np. dystans). Zbliżona w zakresie praca [15] dotyczy problemu koordynacji pracy wielu robotów w celu minimalizacji kosztów realizacji rozproszonych przestrzennie zadań obserwacji.

W pracy [7] przedstawiony i rozwiązany został problem decyzyjny dla zadań o specyficznym modelu energetycznym, a w pracy [6] przedstawiono algorytm rozwiązania dla bardziej ogólnej wersji problemu (z dowolnymi realizatorami). Niniejsza praca dostarcza lepszych rezultatów dla przypadku z realizatorami identycznymi.

3. Sformułowanie problemu

Dane są zbiory indeksów realizatorów $\mathbf{I} \triangleq \{1, 2, \ldots, I\}$, zadań $\mathbf{J} \triangleq \{1, 2, \ldots, J\}$ i trybów $\mathbf{K} \triangleq \{1, 2, \ldots, K\}$ o rozmiarach I, J, K. Zmienna decyzyjna $x \triangleq [x_{i,j,k}]_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}}$ jest zbudowana z binarnych elementów, gdzie $x_{i,j,k} = 1$ jeśli $i$ty realizator wykonuje $j$te zadanie w $k$tym trybie ($= 0$ w przeciwnym wypadku). Wykonywanie zadania we wskazanym trybie zwiększa stopień jego wykonania o $\eta_{i,j,k} \geqslant 0$ i skutkuje wykorzystaniem $e_{i,j,k} \geqslant 0$ ograniczonego zasobu. Rozwiązania dopuszczalne x, gwarantują osiągnięcie stopnia wykonania $E > 0$ dla każdego zadania, przy zachowaniu ograniczenia na zasoby $F > 0$. Wszystkie parametry liczbowe są całkowite. Ograniczenia mają następującą postać:

$$\forall i \in \mathbf{I}, j \in \mathbf{J}, k \in \mathbf{K} \quad x_{i,j,k} \in \{0, 1\}, \tag{1}$$

$$\forall j \in \mathbf{J} \quad \sum_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}} x_{i,j,k}\eta_{j,k} \geqslant E, \tag{2}$$

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad \sum_{j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} x_{i,j,k}e_{j,k} \leqslant F, \tag{3}$$

$$\forall i \in \mathbf{I}, j \in \mathbf{J} \quad \sum_{k\in\mathbf{K}} x_{i,j,k} \leqslant 1, \tag{4}$$

i gwarantują, że zmienne decyzyjne są binarne, że każde zadanie zostało wykonane, że zachowane zostało ograniczenie na zasoby, że każdy realizator wykonuje każde zadanie w najwyżej jednym trybie. Kryterium jakości to całkowity zużyty zasób

$$Q(x) \triangleq \sum_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} x_{i,j,k}e_{j,k}. \tag{5}$$

Problem wielorobotowej alokacji zadań z identycznymi realizatorami (ang. IMTA – Identical Multi-Task Allocation) jest zdefiniowany jak następuje.

Problem 1. *Identical Multi-Task Allocation* – IMTA
Dane: $\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}; E > 0, F > 0, e_{j,k} \geqslant 0, \eta_{j,k} \geqslant 0$ $i \in \mathbf{I}, j \in \mathbf{J}, k \in \mathbf{K}$
Znajdź: x^* *gdzie*

$$x^* = \arg\min_{x\in\mathbf{D}} Q(x) \tag{6}$$

$$\mathbf{D} \triangleq \{x \in \mathbf{X} \triangleq \mathsf{X}_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}}\mathbf{R} : (1) \wedge (2) \wedge (3) \wedge (4)\} \tag{7}$$

(gdzie $\mathbf{R}$ *to zbiór liczb rzeczywistych).*

Problem jest NP-trudny [6] nawet w wersji bezkryterialnej (poszukiwanie dowolnego rozwiązania dopuszczalnego).

Dla rozwiązania problemu IMTA należy najpierw zdefiniować (za [6]) problem alokacji z pojedynczym zadaniem (ang. Single-Task Allocation Problem). Tutaj problem ten jest sformułowany w wersji z identycznymi realizatorami dla pojedynczego zadania $j \in \mathbf{J}$. Niech $\hat{x}_j \triangleq [\hat{x}_{i,j,k}]_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}}$ będzie zmienną decyzyjną o elementach $x_{i,j,k} = 1$

jeśli $i$ty realizatory wykonuje dane ($j$te) zadanie w $k$tym trybie ($= 0$ w przeciwnym przypadku). Następujące ograniczenia

$$\forall i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K} \quad \hat{x}_{i,j,k} \in \{0, 1\}, \tag{8}$$

$$\forall \sum_{i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}} \hat{x}_{i,j,k} \eta_{j,k} \geqslant E, \tag{9}$$

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad \sum_{k \in \mathbf{K}} \hat{x}_{i,j,k} e_{j,k} \leqslant F, \tag{10}$$

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad \sum_{k \in \mathbf{K}} \hat{x}_{i,j,k} \leqslant 1, \tag{11}$$

gwarantują, że zmienne decyzyjne są binarne, że zadanie zostało wykonane, że limit zasobów nie został przekroczony, że realizatory realizują każde zadanie w najwyżej jednym trybie. Zadane jest kryterium jakości

$$\hat{Q}_j(\hat{x}_j) \triangleq \sum_{i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}} x_{i,j,k} e_{j,k}. \tag{12}$$

Problem alokacji jest jak następuje.

Problem 2. *Identical Single-Task Allocation* – ISTA
Dane: $j \in \mathbf{J}, \mathbf{I}, \mathbf{K}; E > 0, F > 0, e_{j,k} \geqslant 0, \eta_{j,k} \geqslant 0 \; i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}$
Znajdź: $\hat{x}_j^*$ *gdzie*

$$\hat{x}_j^* = \arg\min_{\hat{x}_j \in \mathbf{D}} \hat{Q}_j(\hat{x}_j) \tag{13}$$

$$\mathbf{D} \triangleq \{\hat{x}_j \in \mathbf{X} \triangleq \mathsf{X}_{i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}} \mathbf{R} : (8) \wedge (9) \wedge (10) \wedge (11)\}. \tag{14}$$

Niech ALG będzie dowolnym β-aproksymacyjnym algorytmem rozwiązania dla problemu ISTA . Przykładowy algorytm 2-aproksymacyjny 2RTA został przedstawiony w [6]. Idea algorytmu 2RTA polega na rozwiązaniu problemu ISTA poprzez relaksację i zaokrąglenie. Relaksacja odbywa się przez zamianę ograniczenia (8) na ograniczenie o postaci

$$\forall i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K} \quad \hat{x}_{i,j,k} \geqslant 0 \tag{15}$$

i przez przez redukcję zbioru trybów $\mathbf{K}$ do rodziny zbiorów, po jednym dla każdego realizatora $\mathbf{K}_i \triangleq \{k \in \mathbf{K} : (10) \wedge e_{j,k} \leqslant d\}$ przy zadanym parametrze d. Tak zmodyfikowane zadanie jest rozwiązywane metodami optymalizacji liniowej LIN (np. metodą Simplex). Uzyskane rozwiązanie $\dot{x}_j = [\dot{x}_{i,j,k}]_{i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}}$ jest następnie zaokrąglane algorytmem RA (ang. Rounding Algorihtm) jak następuje.

Algorithm 1 RA

1: Dla każdego $i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K} \setminus \mathbf{K}_i$ ustal $\hat{x}_{i,j,k} := 0$.
2: Dla każdego $i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}_i \wedge \dot{x}_{i,j,k} \in \{0, 1\}$ ustal $\hat{x}_{i,j,k} := \dot{x}_{i,j,k}$.
3: Jeśli istnieje dokładnie jedna para $(i, k) : \dot{x}_{i,j,k} \in (0, 1)$ to ustal $\hat{x}_{i,j,k} := 1$.
4: Jeśli istnieją dwie pary $(i_1, k_1), (i_2, k_2) : \dot{x}_{i_1,j,k_1} \in (0, 1), \dot{x}_{i_2,j,k_2} \in (0, 1)$ to: jeśli $\eta_{i_1,k_1} \geqslant \eta_{i_2,k_2}$ to ustal $\hat{x}_{i_1,j,k_1} = 1, \hat{x}_{i_2,j,k_2} = 0$. Na odwrót w przeciwnym wypadku.
5: **rozwiązanie:** $\hat{x}_j$.

Ostatecznie, algorytm rozwiązania 2RTA wykorzystuje LIN i RA wykonując przeszukiwanie binarne po wartościach d zawartych w zbiorze $[0, \sum_{i \in \mathbf{I}, k \in \mathbf{K}} e_{i,j,k}]$.

4. Algorytm rozwiązania

Rozpatrzmy następujący algorytm AIMTA (ang. Algorithm for Identical Multi-Task Allocation) do rozwiązania problemu IMTA.

Algorithm 2 AIMTA

1: Niech $p := 0$, $x^0 \triangleq [x^0_{i,j,k}]_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} = [0]_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}}$.
2: Ustaw $p := p + 1$.
3: Dla każdego $i \in \mathbf{I}$ niech $f^p_i = \sum_{m\in\{1,2,\ldots,p-1\},k\in\mathbf{K}} x^{p-1}_{i,m,k} e_{i,m,k}$.
4: Niech $c^p = (c^p_1, c^p_2, \ldots, c^p_I)$ będzie nierosnącym sortowaniem $\mathbf{I}$ po wartościach f^p_i, czyli $\forall i \in \mathbf{I} \exists l \in \mathbf{I} : c^p_l = i$ and $\forall l \in \mathbf{I}\backslash\{I\} : f^p_{c^p_l} \geqslant f^p_{c^p_{l+1}}$.
5: Oblicz $\bar{x}_p \triangleq [\bar{x}_{i,p,k}]_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}} := ALG(p)$.
6: Dla każdego $i \in \mathbf{I}$ niech $g^p_i = \sum_{k\in\mathbf{K}} \bar{x}_{i,p,k} e_{i,p,k}$.
7: Niech $d^p = (d^p_1, d^p_2, \ldots, d^p_I)$ będzie niemalejącym sortowaniem $\mathbf{I}$ po wartościach g^p_i, czyli $\forall i \in \mathbf{I} \exists l \in \mathbf{I} : d^p_l = i$ and $\forall l \in \mathbf{I}\backslash\{I\} : g^p_{d^p_l} \leqslant g^p_{d^p_{l+1}}$.
8: Ustaw $x^p \triangleq [x^p_{i,j,k}]_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} := x^{p-1}$.
9: Dla każdego $i \in \mathbf{I}$, $k \in \mathbf{K}$ ustaw $x^p_{c^p_i,p,k} := \bar{x}_{d^p_i,p,k}$.
10: **jeśli** $p \leqslant J$ **to** idź do 2.
11: **rozwiązanie:** $\hat{x} = x^J$.

Poniżej, w postaci dwóch twierdzeń, przedstawione zostały główne własności zaproponowanego algorytmu. Zdefiniujmy zbiór rozwiązań dopuszczalnych $\mathbf{D}_\alpha \triangleq x \in \mathbf{X} : (1) \wedge (2) \wedge (16) \wedge (4)$ o osłabionych ograniczeniach:

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad \sum_{j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} x_{i,j,k} e_{j,k} \leqslant \alpha F. \tag{16}$$

Twierdzenie 1. *Jeśli* $\mathbf{D}_1 \neq \emptyset$ *to* $Q(\hat{x}) \leqslant \beta Q(x^*)$.

Dowód 1. *Jeśli* $\mathbf{D} \neq \emptyset$ *to* $x^* \in \mathbf{D}$. *Niech* $x^*_j = [x^*_{i,j}]_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}}$. *Dla* $\hat{x}_{i,j,k} = x^*_{i,j,k}$ *ograniczenia* $(8), (9), (10), (11)$ *są spełnione bezpośrednio z* $(1), (2), (3), (4)$ *toteż* $x^*_j \in \hat{\mathbf{D}}_j$ *więc* $\hat{\mathbf{D}}_j \neq \emptyset$, *czyli* $\hat{x}^*_j$ *istnieje i*

$$\forall j \in \mathbf{J} \quad \beta \hat{Q}(\hat{x}_j) \geqslant \beta \hat{Q}(\hat{x}^*_j) \geqslant \hat{Q}_j(\bar{x}_j). \tag{17}$$

Ponieważ AIMTA.9 tylko zmienia kolejność realizatorów dla każdego zadania, otrzymujemy

$$\forall j \in \mathbf{J} \quad \sum_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}} x^j_{c^j_i,j,k} e_{j,k} = \sum_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}} \bar{x}_{d^j_i,j,k} e_{j,k} = \sum_{i\in\mathbf{I},k\in\mathbf{K}} \bar{x}_{i,j,k} e_{j,k}. \tag{18}$$

Rozpisując $Q(\hat{x})$ *otrzymujemy*

$$Q(\hat{x}) = \sum_{i\in\mathbf{I},j\in\mathbf{J},k\in\mathbf{K}} \bar{x}_{i,j,k} e_{j,k} = \sum_{j\in\mathbf{J}} \hat{Q}_j(\bar{x}_j) \leqslant \beta \sum_{j\in\mathbf{J}} \hat{Q}_j(x^*_j) = \beta Q(x^*), \tag{19}$$

co kończy dowód.

Twierdzenie 2. *Jeśli* $\mathbf{D}_1 \neq \emptyset$ *to* $\hat{x} \in \mathbf{D}_{\beta+1}$.

Dowód 2. *Ponieważ AIMTA.9 tylko zmienia kolejność realizatorów, to* $x = \hat{x}$ *ograniczenia* (1), (2) *i* (4) *są spełnione bezpośrednio z* (8), (9) *i* (11). *Musimy pokazać, że ograniczenie* (16) *też jest spełnione.*

Zdefiniujmy $f_i^{J+1} = \sum_{m\in\{1,2,\ldots J\},k\in\mathbf{K}} x_{i,m,k}^p e_{m,k}$ *i* $\bar{f}^p \triangleq \max_{i\in\mathbf{I}} f_i^p$. *Najpierw pokażemy (przez indukcję), że*

$$\forall p \in \mathbf{J} \cup \{J+1\}, i \in \mathbf{I} \quad f_i^p \geqslant \bar{f}^p - F. \tag{20}$$

Dla $p = 1$ *mamy* $f_i^p = 0 = \bar{f}^p$. *Dla* $p \geqslant 2$ *załóżmy*

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad f_i^{p-1} \geqslant \bar{f}^{p-1} - F. \tag{21}$$

Niech $\tilde{i} = \arg\max_{i\in\mathbf{I}} f^p_{c_i^{p-1}}$. *Wystarczy pokazać, że*

$$\forall i \in \mathbf{I} \quad (\bar{f}^p) = f^p_{c_{\tilde{i}}^{p-1}} \leqslant f_i^p + F. \tag{22}$$

Najpierw zauważmy, że

$$\forall i \in \mathbf{I} : c_i^{p-1} \leqslant c_{\tilde{i}}^{p-1} \quad f^{p-1}_{c_i^{p-1}} \leqslant f^{p-1}_{c_{\tilde{i}}^{p-1}}, \tag{23}$$

$$\forall i \in \mathbf{I} : c_i^{p-1} > c_{\tilde{i}}^{p-1} \quad g^{p-1}_{d_i^{p-1}} \geqslant g^{p-1}_{d_{\tilde{i}}^{p-1}}. \tag{24}$$

Następnie mamy

$$\forall i \in \mathbf{I} : c_i^{p-1} \leqslant c_{\tilde{i}}^{p-1} \quad f^p_{c_i^{p-1}} = f^{p-1}_{c_i^{p-1}} + g^{p-1}_{d_i^{p-1}} \geqslant f^{p-1}_{c_{\tilde{i}}^{p-1}} + g^{p-1}_{d_{\tilde{i}}^{p-1}} - F = \bar{f}^p - F \tag{25}$$

i

$$\forall i \in \mathbf{I} : c_i^{p-1} > c_{\tilde{i}}^{p-1} \quad f^p_{c_i^{p-1}} = f^{p-1}_{c_i^{p-1}} + g^{p-1}_{d_i^{p-1}} \geqslant \bar{f}^{p-1} - F + g^{p-1}_{d_{\tilde{i}}^{p-1}} = \bar{f}^p - F. \tag{26}$$

Załóżmy, że (3) *nie jest spełnione dla* $x = \hat{x}, \alpha = \beta + 1$. *To implikuje następującą nierówność:*

$$\overline{f}^{J+1} > (\beta + 1)F. \tag{27}$$

Rozpisując $Q(\hat{x})$ *otrzymujemy*

$$Q(\hat{x}) = \sum_{i\in\mathbf{I}} f_i^{J+1} \geqslant I\overline{f}^{J+1} - IF > IF\beta, \tag{28}$$

ale z Twierdzenia 1. mamy

$$Q(\hat{x}) \leqslant \beta Q(x^*) \leqslant IF\beta \tag{29}$$

Ta sprzeczność kończy dowód.

5. Podsumowanie

W pracy rozpatrzono trudny do rozwiązania problem alokacji zadań w wielorobotowych systemach z identycznymi realizatorami. Zaproponowany algorytm rozwiązania pozwala na uzyskanie rozwiązania o oszacowanej jakości rozwiązania i oszacowanym naruszeniu ograniczeń. Rozwiązany problem pozwala na przeprowadzenie alokacji dla wielozadaniowych robotów wykorzystywanych do wspólnej realizacji wielu złożonych zadań.

LITERATURA

1. Berhault, M.: Robot exploration with combinatorial auctions, Proceedings of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2003, 1957-1962.
2. Brucker, P.: Scheduling Algorithms, Springer, 2006.
3. Correll, N., Martinoli, A.: Multirobot inspection of industrial machinery, IEEE Robotics and Automation Magazine 16, 2009, 103-112.
4. Fields, M., Haas, E., Hill, S., Stachowiak, C., Barnes, L.: Effective robot team control methodologies for battlefield applications, Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2009, 5862-5867.
5. Gerkey, B., Mataric, M.: A formal analysis and taxonomy of task allocation in multi-robot systems, International Journal of Robotics Research 23(9), 2004, 939–954.
6. Hojda, M.: Algorytmy alokacji zada w wielorobotowych systemach z ograniczeniami energetycznymi, Automatyzacja procesów dyskretnych : teoria i zastosowania 2, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, 2014, 105-113.
7. Hojda, M.: Task Allocation with Energy Constraints in Multi-Robot Systems, Aktualne problemy automatyki i robotyki, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2014, 796-805.
8. Hoshino, S., Seki, H. Naka, Y.: Development of a flexible and agile multi-robot manufacturing system, Proceedings of 17th World Congress of The International Federation of Automatic Control, 2008, 15786-15791.
9. Jones, E., Dias, M. Stentz, A.: Time-extended multi-robot coordination for domains with intra-path constraints, Autonomous Robots 59, 2011, 41-56.
10. Khamis, A., Hussein, A. Elmogy, A.: Multi-robot task allocation: a review of the State-of-the-Art, Cooperative Robots and Sensor Networks 2015, Springer, 2015, 31-51.
11. Lagoudakis, M., Markakis, E., Kempe, D., Keskinocak, P., Kleywegt, A. Koeni, S.: Auction-based multi-robot routing, Proceedings of the International Conference on Robotics: Science and Systems, 2005, 343-350.
12. Lemaire, T.: A distributed tasks allocation scheme in multi-uav context, Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 2004, 3622-3627.
13. Liu, L., Shell, D.: Multi-level partitioning and distribution of the assignment problem for large-scale multi-robot task allocation, Robotics: Science and Systems 8, 2011, 26-33.
14. Maza, I., Ollero, A.: Multiple UAV cooperative searching operation using polygon area decomposition and efficient coverage algorithms, Distributed Autonomous Robotic Systems 6, Springer, 2007, 221-230.
15. Melodia, T., Pompili, D., Akyildiz, I.: Handling mobility in wireless sensor and actor networks, IEEE Transactions on Mobile Computing 10(2), 2010, 160-173.

16. Mosteo, A., Montano, L.: Simulated annealing for multi-robot hierarchical task allocation with flexible constraints and objective functions, Workshop on Network Robot Systems: Toward intelligent robotic systems integrated with environments, Proceedings of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2006.
17. Pham, V., Juang, J.: An improved active slam algorithm for multi-robot exploration, Proceedings of Society of Instrument and Control Engineers, 2011, 1660-1665.
18. Salami, E., Pedre, S., Borensztejn, P., Barrado, C., Stoliar, A., Pastor, E.: Decision support system for hot spot detection, Proceedings of Int. Conf on Intelligent Environments 2, 2009, 277-284.
19. Shah, R., Sumit, R., Sushant, J., Brunette, W.: Data mules: Modeling and analysis of a three-tier architecture for sparse sensor networks, Ad Hoc Networks 1(2), 2003, 215-233.
20. William, L.: A spatial queuing-based algorithm for multi-robot task allocation, Robotics 4, 2015, 316-340.
21. Zlot, R.: Multi-robot exploration controller by market economy, Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 2002, 3016-3023.